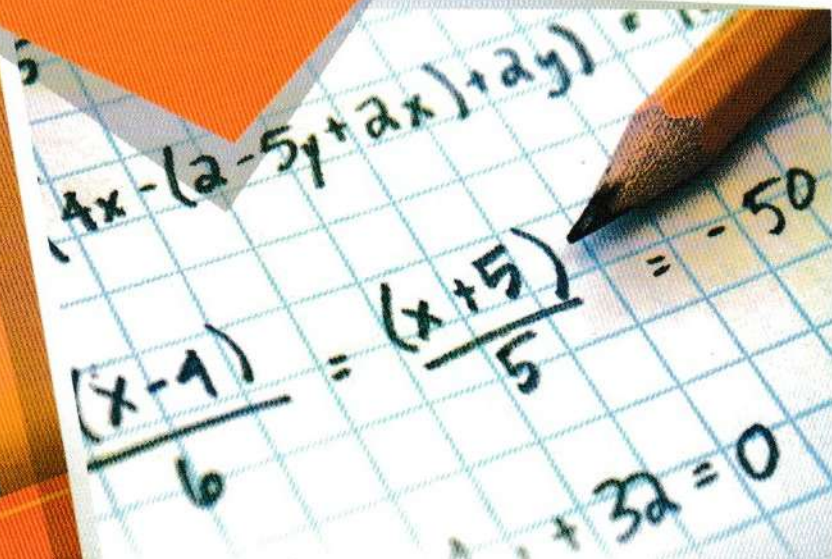


# Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales



A photograph of a piece of graph paper with handwritten algebraic equations and a pencil. The equations visible are:

$$4x - (2 - 5y + 2x) + 2y = 10$$
$$\frac{(x-1)}{6} = \frac{(x+5)}{5}$$
$$= -50$$
$$+ 3a = 0$$

## ÁLGEBRA

**¡Full CEPRES!**  
**+ EXÁMENES DE ADMISIÓN**

Juan Carlos Ramos Leyva

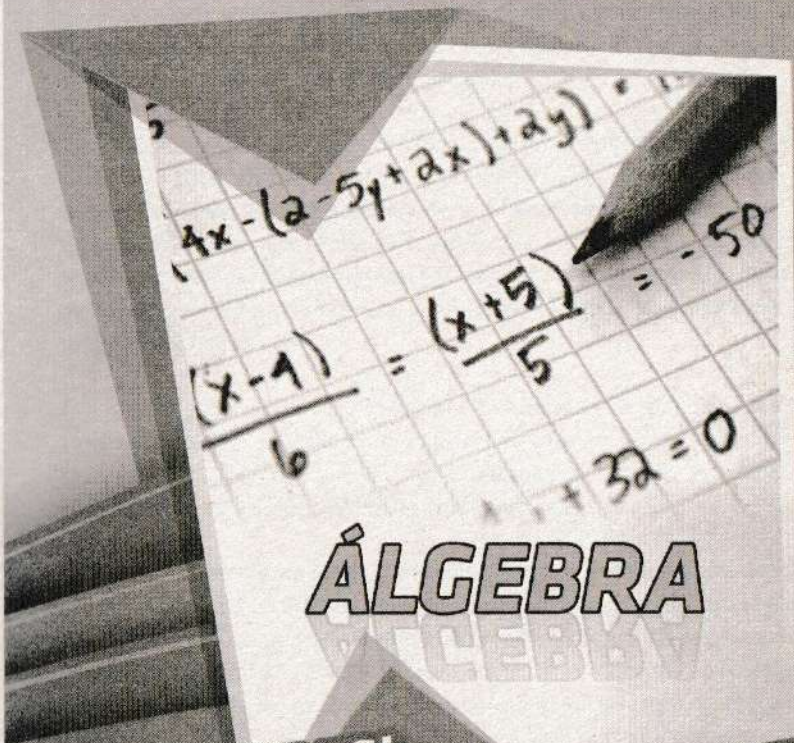
FONDO EDITORIAL  
**PRODO**  
Siempre Competitivo



Teoría y Práctica

1

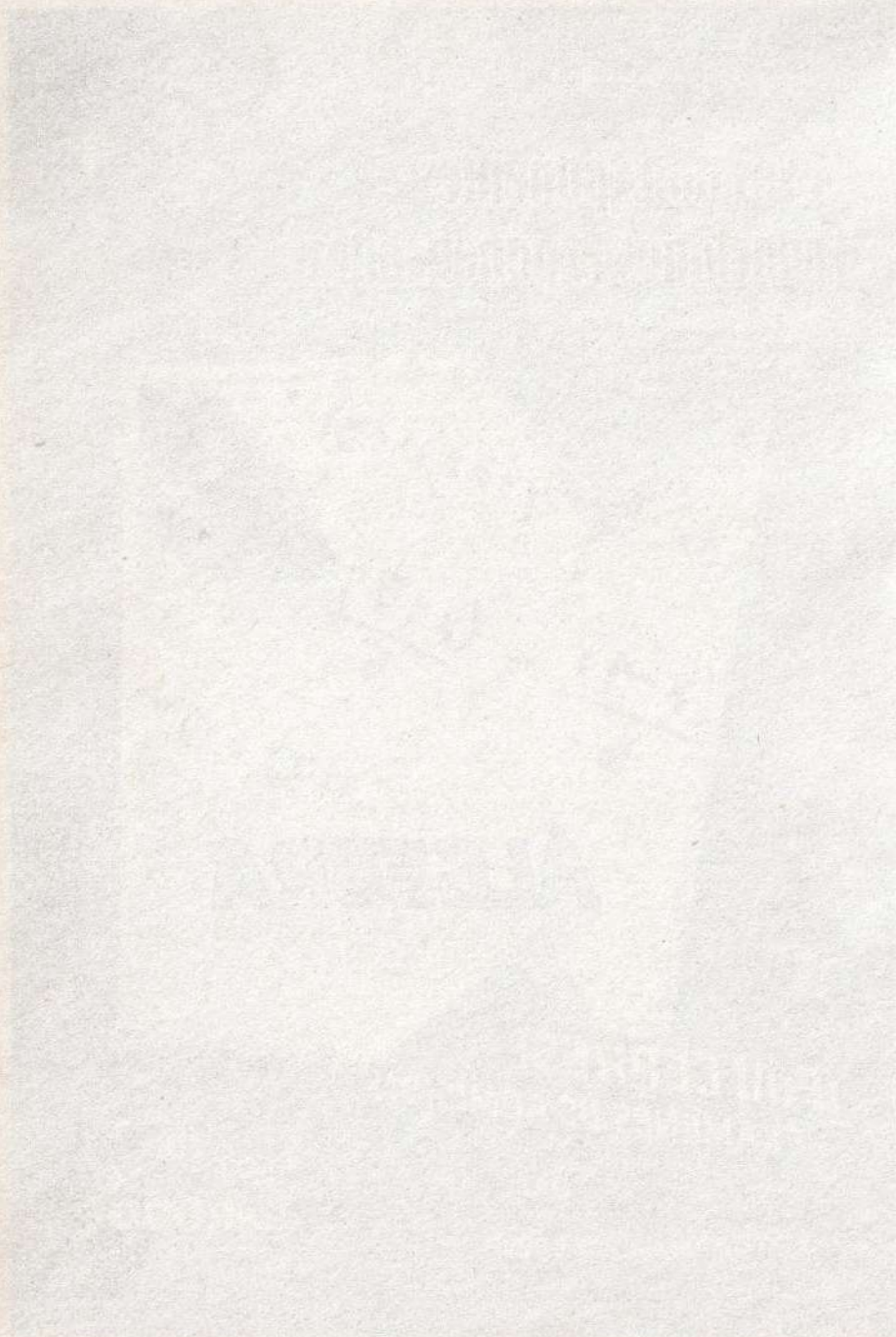
# Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales



**¡Full CEPRES!**  
**+ EXÁMENES DE ADMISIÓN**

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL  
**ARODO**  
Siempre Competitivo



## **PRESENTACIÓN**

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **BOLETINES DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

**Fondo Editorial RODO**  
**De: Walter Z. Benítez Nuñez.**

## LEYES EXPONENTES - ECUACIONES EXPONENCIALES



### ÁLGEBRA - TEMA SELECTO 01, 2da Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

**DERECHOS RESERVADOS © Agosto 2016 por**

**FONDO EDITORIAL RODO**

**de Walter Z. Benitez Nuñez**

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú**

**Nº: 2016-10042**

**EQUIPO PEDAGÓGICO**

Juan Carlos Ramos Leyva

**DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS**

José Miguel Gallo Ballena

**IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ**

Impreso en los Talleres Gráficos de **GRAFIC PLUS S. A. C.**

**Jr. Chincha N° 434 A. H. VI ZONA LIMA - Lima 11**

## POTENCIACIÓN

Es la operación matemática que tiene por objetivo encontrar una expresión llamada potencia (p) conociendo previamente otras dos expresiones denominadas base (b) y exponente (n).

$$b^n = p \quad \begin{cases} b = \text{base} & ; b \in \mathbb{R} \\ n = \text{exponente} & ; n \in \mathbb{Z} \\ p = \text{potencia} & ; p \in \mathbb{R} \end{cases}$$

**Ejemplo:** En  $2^3 = 8$ ; 2 es la base; 3 es el exponente y 8 es la potencia.

### DEFINICIONES

1.  $\forall a \in \mathbb{R}$

$$a^0 = 1$$

- $5^0 = 1$
- $0^0 = 1$
- $(-3)^0 = 1$
- $\sqrt{2}^0 = 1$
- $-7^0 = -1$
- $-\sqrt{5}^0 = -1$

2.  $\forall a \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^n = \begin{cases} a & ; n = 1 \\ \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} & ; n \geq 2 \end{cases}$$

- $4^1 = 4$
- $0^1 = 0$
- $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
- $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25 = 25$

3.  $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \wedge n \in \mathbb{Z}^+$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
- $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

## TEOREMAS

1.  $\forall a \in \mathbb{R} \wedge m, n \in \mathbb{Z}$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\bullet \quad x^4 \cdot x^2 = x^{4+2} = x^6$$

$$\bullet \quad x^7 \cdot x^{-4} = x^{7-4} = x^3$$

2.  $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \wedge m, n \in \mathbb{Z}$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\bullet \quad \frac{x^{10}}{x^7} = x^{10-7} = x^3$$

$$\bullet \quad \frac{x^3}{x^{-2}} = x^{3-(-2)} = x^{3+2} = x^5$$

3.  $\forall a \in \mathbb{R} \wedge m, n \in \mathbb{Z}$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\bullet \quad (x^2)^5 = x^{2 \cdot 5} = x^{10}$$

$$\bullet \quad (x^{-2})^{-3} = x^{(-2)(-3)} = x^6$$

4.  $\forall a \wedge b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\bullet \quad (x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$$

$$\bullet \quad (x^2 \cdot y^3)^5 = (x^2)^5 \cdot (y^3)^5 = x^{10} \cdot y^{15}$$

5.  $\forall a \wedge b \in \mathbb{R}$  tales que  $b \neq 0, n \in \mathbb{Z}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\bullet \quad \left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$$

$$\bullet \quad \left(\frac{x^4}{y^3}\right)^2 = \frac{(x^4)^2}{(y^3)^2} = \frac{x^8}{y^6}$$

PROPIEDAD

$$x^{\overset{(n)}{\underset{(p)}{m}}} = x^{\overset{(a)}{\underset{(b)}{m}}} = (x^b)^a = c$$

$$\bullet \quad 2^{4^{0^1}} = 2^{4^0} = 2^1 = 2$$

$$\bullet \quad 4^{-2^{-1}} = 4^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{4}^{-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

OBSERVACIÓN

Los teoremas y la propiedad mostrada anteriormente se extienden para exponentes (m, n, p) reales.

RADICACIÓN

Es la operación matemática inversa a la potenciación cuyo objetivo es encontrar una expresión llamada raíz (b), conociendo previamente otras dos expresiones denominadas radicando (a) e índice (n).

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\phantom{x}} = \text{signo radical} \\ n = \text{índice} \quad ; n \in \mathbb{Z}^+ \\ a = \text{radicando} ; a \in \mathbb{R} \\ b = \text{raíz} \quad ; b \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

**Ejemplo:** En  $\sqrt[3]{64} = 4$  ; 3 es el índice, 64 el radicando y 4 la raíz.

DEFINICIONES

$$1. \quad \forall a, b \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{Z}^+$$

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n$$

$$\bullet \quad \sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 32 = 2^5$$

$$\bullet \quad \sqrt[5]{-1} = -1 \Leftrightarrow -1 = (-1)^5$$

$$\bullet \quad \sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow 9 = 3^2$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow -8 = (-2)^3$$

$$2. \quad \forall a \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{Z}^+$$

$$\sqrt[n]{a} = \begin{cases} a & ; n = 1 \\ a^{1/n} & ; n \geq 2 \end{cases}$$

$$\bullet \quad \sqrt[1]{4} = 4$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \quad \sqrt[4]{81} = 81^{\frac{1}{4}}$$

**OBSERVACIÓN**

Debemos tener en cuenta que dentro del conjunto de los números reales no se define a la radicación cuando el índice es par y el radicando negativo, razón por la cual cada vez que el índice sea par el radicando y la raíz deberán ser no negativos.

$$\bullet \quad \sqrt[4]{2004} \text{ existe en } \mathbb{R}$$

$$\bullet \quad \sqrt{-32} \text{ no existe en } \mathbb{R}$$

$$3. \text{ Asumiendo } \sqrt[n]{a} \in \mathbb{R} \text{ se tiene:}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\bullet \quad (-8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{-8^2} = (-2)^2 = 4$$

$$\bullet \quad 4^{\frac{5}{2}} = \sqrt{4^5} = 2^5 = 32$$

**TEOREMAS**

$$1. \quad \forall \sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x \cdot y}$$

$$\bullet \quad \sqrt[8]{4} \cdot \sqrt[8]{x} = \sqrt[8]{4x}$$

2.  $\forall \sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R} \mid b \neq 0$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$$

3.  $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R} \wedge m \in \mathbb{Z}^+$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\bullet \sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[3 \cdot 2]{x} = \sqrt[6]{x}$$

$$\bullet \sqrt[5]{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[5 \cdot 3]{x} = \sqrt[15]{x}$$

# PROPIEDADES

1.

$$\sqrt[m]{x^a} \sqrt[n]{x^b} \sqrt[p]{x^c} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{x^{(an+b)p+c}}$$

$$\bullet \sqrt[5]{x^3} \sqrt[4]{x^2} \sqrt[3]{x} = 5 \cdot 4 \cdot 3 \sqrt[3 \cdot 4 + 2]{x} = 60 \sqrt[43]{x}$$

2.

$$\underbrace{\sqrt[n]{x} \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{x} \dots \sqrt[n]{x}}_{\text{"m" radicales}} = \sqrt[n^m]{x^{n-1}}$$

$$\bullet \underbrace{\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \dots \sqrt{x}}_{2005 \text{ radicales}} = \sqrt[2^{2005}-1]{x} = \sqrt[2^{2005}-1]{x}$$

3.

$$\sqrt[n]{x} \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{x} \dots = \sqrt[n-1]{x}$$

$$\bullet \sqrt[5]{x} \sqrt[5]{x} \sqrt[5]{x} \dots = \sqrt[5-1]{x} = \sqrt[4]{x}$$

4.

$$\sqrt[m]{x^a} \div \sqrt[n]{x^b} \div \sqrt[p]{x^c} = m.n.p \sqrt{x^{(an-b)p+c}}$$

$$\bullet \quad \sqrt[4]{x^3} \div \sqrt{x} \div \sqrt[3]{x} = 4.2.3 \sqrt{x^{(3.2-1)3+1}} = 24 \sqrt{x^{16}}$$

5.

$$\underbrace{\sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \dots \div \sqrt[n]{x}}_{\text{"m" radicales}} = \begin{cases} \sqrt[n^m]{x^{\frac{n^m+1}{n+1}}} & ; \text{Si: m es impar} \\ \sqrt[n^m]{x^{\frac{n^m-1}{n+1}}} & ; \text{Si: m es par} \end{cases}$$

$$\bullet \quad \underbrace{\sqrt[3]{x} \div \sqrt[3]{x} \div \sqrt[3]{x} \div \dots \div \sqrt[3]{x}}_{2006 \text{ radicales}} = \sqrt[3^{2006}]{x^{\frac{3^{2006}-1}{3+1}}} = \sqrt[3^{2006}]{x^{\frac{3^{2006}-1}{4}}}$$

6.

$$\sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{x} \div \dots = \sqrt[n+1]{x}$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{x} \div \sqrt[3]{x} \div \sqrt[3]{x} \div \dots = \sqrt[3+1]{x} = \sqrt[4]{x}$$

## INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES TRASCENDENTES

### DEFINICIÓN

Se denomina ecuación trascendente a toda igualdad condicional que presenta a su incógnita:

- Formando parte de algún exponente

$$5^{x+1} = 125 ; 2^{3^x-1} = 16$$

- Como base y exponente a la vez

$$2^x - x = 5 ; x^x = 3$$

- Afectada por algún operador

$$\log x^2 - x = 1 ; \cos(2x) = 0,5$$

### ECUACIÓN EXPONENCIAL

Es la ecuación trascendente que presenta a su incógnita formando parte de algún exponente, veamos algunos ejemplos:

$$\bullet \quad 5^{x^2-1} = 25$$

$$\bullet \quad 3^x = 81$$

$$\bullet \quad \sqrt{7}^{x+1} = 49^{1-x}$$

$$\bullet \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

### TEOREMA

$$\forall a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$\text{si: } a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 7^{x-1} &= 7^{5-x} \rightarrow x-1 = 5-x \\ 2x &= 6 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sqrt{2}^x &= 2 \rightarrow \frac{x}{2} = 1 \\ \therefore x &= 2 \end{aligned}$$

### PROPIEDAD

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

$$\text{Si: } a^x = b^x \Rightarrow x = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 5^{x-9} &= 7^{x-9} \rightarrow x-9 = 0 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \pi^{x+1} &= \sqrt{3}^{x+1} \rightarrow x+1 = 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$



### OBSERVACIÓN

Para resolver algunas ecuaciones trascendentes a veces es necesario recurrir al proceso de comparación comúnmente llamado método de analogía, el cual consiste en dar forma a una parte de la igualdad tomando como modelo la otra, veamos un ejemplo:

$$\bullet \quad x^{x^3} = 3 \Rightarrow x^{x^3} = \sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^3} \therefore x = \sqrt[3]{3}$$

Sin embargo debemos indicar que el método de analogía sólo nos brinda una solución pudiendo haber otras, sino veamos el siguiente ejemplo:

En  $\sqrt{x} = \sqrt{2}$  se observa que  $x = 2$  pero  $\sqrt{2} < \sqrt[4]{4}$ , con lo cual tenemos  $\sqrt{x} = \sqrt[4]{4}$  de donde  $x = 4$ .



11. Calcular:

$$T = \frac{2^{n+2} - 2^{n+1}}{2(2^{n-1})}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 4  
D) 6                      E) 8

12. Simplificar:

$$E = \sqrt[2m]{\frac{4^m + m^{2m}}{4^{-m} + m^{-2m}}}$$

- A) m                      B) 2                      C) 2m  
D) 1                      E)  $\frac{m}{2}$

13. Calcular:

$$Q = \left[ \frac{1}{2} + 2 + 3(2^{-1}) - 3(-5)^0 \right]^4$$

- A) 0                      B)  $2^0$                       C)  $2^4$   
D)  $2^5$                       E)  $2^6$

14. Luego de simplificar indicar el exponente final de x es:

$$K = \frac{x^{n+3} \cdot x^{n+3} \cdot x^{n+3} \dots (n+5) \text{ veces}}{x^{n+7} \cdot x^{n+7} \cdot x^{n+7} \dots (n+1) \text{ veces}}$$

- A) 8                      B) 7                      C) 6  
D) 5                      E) 4

15. Simplificar

$$A = \sqrt[3]{\frac{92^x + 138^x}{69^x + 46^x}}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 6

16. Calcular:

$$A = \frac{21^6 \cdot 35^3 \cdot 80^3}{15^4 \cdot 14^9 \cdot 30^2}$$

- A) 2                      B) 3                      C) 6  
D) 4                      E) 12

17. Al simplificar:

$$\sqrt{\left(x^{x-1}\right)^x \left(x^{\frac{1}{x}}\right)^{-x} \sqrt{x}} ; x > 3$$

se obtiene  $\sqrt{2}$ . ¿Cuál es el valor de x?

- A) 2                      B) 4                      C) 6  
D) 8                      E) 16

18. Calcular:

$$M = \left[ 16^{-16^{-16^{-1}}} \right]^{\frac{2}{\sqrt{8}}}$$

- A) 1                      B) 2                      C)  $\frac{1}{2}$   
D) 4                      E)  $\frac{1}{4}$

19. Indicar el exponente final de x en:

$$E = \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{x^{-5}} \cdot \frac{x^4}{x^3}}}$$

- A)  $-\frac{41}{24}$                       B)  $-\frac{1}{6}$                       C)  $-\frac{23}{24}$   
D)  $-\frac{1}{3}$                       E)  $-\frac{41}{60}$

20. Simplificar:

$$A = \sqrt[4]{\frac{45^{x+y} \cdot 75^{y+z} \cdot 225^{x+z}}{3^{2x+y+z} \cdot 5^{x+y+2z}}}$$

- A) 3                      B) 5                      C) 15  
D) 25                      E) 225

21. Reducir:

$$B = \frac{5(2^{m+2}) - 2^{m+4} - 6(2^{m-1})}{2^{m+5} - 15(2^m) - 2(2^{m+3})}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 4  
D) 10                      E) 13

22. Si:  $a^a = 2$ . Calcular:

$$H = a^{a^{(a^{a-1})+1}}$$

- A) 4                      B) 8                      C) 16  
D) 32                      E)  $a^4$

23. Simplificar:

$$D = \left[ \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{\frac{243}{\sqrt[3]{27}} - \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3}}}} \right]^{\sqrt[3]{3}}$$

- A) 3                      B)  $\frac{1}{3}$                       C) 9  
D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       E) 27

24. Si:  $x^{x^{1+x}} = 4$ . Calcular:  $x^{-x^{1-x}}$ .

- A) -4                      B)  $\frac{1}{4}$                       C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
D)  $\sqrt{2}$                       E) 4

25. Luego de simplificar:

$$C = \sqrt[4]{x^3} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[4]{x^3} \dots \dots \dots "n" \text{ radicales}$$

Indicar el exponente final de x.

- A)  $1 + 2^n$                       B)  $1 - 2^n$                       C)  $1 + 4^n$   
D)  $1 - 4^n$                       E)  $1 - 4^{-n}$

26. Simplificar:  $\left[ \sqrt[2]{1 + \sqrt[2]{4}} \sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{1 + \sqrt[2]{4}} \sqrt[2]{8} \right]^{8^{n-1}}$

- A) 1                      B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{1}{4}$   
D) 2                      E) 4

27. El equivalente de:  $2^{2^{-3+0.5}}$  es:

- A)  $\sqrt{2}$                       B)  $2\sqrt[2]{2}$                       C)  $\sqrt{2^{1/2}}$   
D)  $\sqrt{2^{1/2}}$                       E) 1

28. Al reducir:  $\sqrt{2^{\sqrt{2}-1}} \sqrt[2]{2^{\sqrt{2}+1}} \cdot \sqrt{2^{-2-0.5}}$  se obtiene  $x^x$ , calcular  $x^3$ .

- A) 8                      B) 27                      C) 64  
D)  $2\sqrt{2}$                       E)  $3\sqrt{3}$

29. Reducir:

$$F = \frac{\sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \dots \sqrt[3]{x^3} \sqrt[2]{x^2} \sqrt{x}}{\sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots \dots \sqrt[3]{3} \sqrt[2]{2} \sqrt{1}}}$$

- A) 1                      B) x                      C)  $x^n$   
D)  $\sqrt[n]{x}$                       E)  $\sqrt[n]{x^{n+1}}$







60. COLUMNA (A) El equivalente de:

$$\frac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^{n+2}}{2 \cdot 2^{n+3}}; n \in \mathbb{R}^+$$

- COLUMNA (B) El equivalente de:

$$\frac{5^{n+2} + 5^{n+4} + 5^{n+6}}{5^{n+7} + 5^{n+5} + 5^{n+3}}; n \in \mathbb{R}^-$$

- A) A es mayor que B  
 B) A es menor que B  
 C) A es igual a B  
 D) ¡No utilizar esta opción!  
 E) No se puede determinar

61. Calcular:

$$K = \frac{\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16}}}}}{\sqrt{\sqrt{32}}}$$

- A)  $\sqrt[8]{2}$       B)  $\sqrt[4]{2}$       C)  $\sqrt{2}$   
 D) 2      E) 4

62. Determinar "x", si:
- $\sqrt{3^{-6+x}} = 27^{x-4}$

- A) 2      B) 3      C) 6  
 D) 8      E) 9

63. Hallar "x", si:
- $2^{8^{x-2}} = 4^{4^{x+1}}$

- A) 7      B) 8      C) 9  
 D) 10      E) 11

64. Hallar "x" en:
- $4^{5x-3} \cdot 8^{2x+1} = 16^{x+2}$

- A)  $\frac{5}{6}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{8}{9}$   
 D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{11}{12}$

65. Hallar "x", en:
- $32^{5^{x+2}} = 5^{\sqrt{2} \cdot 5^{12-x}}$

- A) 1      B) 2      C) 3  
 D) 4      E) 6

66. Hallar "x", si:
- $\sqrt[5]{x^3} = 15$

- A)  $\sqrt[3]{5}$       B)  $\sqrt[3]{15}$       C)  $\sqrt[3]{25}$   
 D)  $\frac{\sqrt[3]{5}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt[3]{15}}{5}$

67. Reducir:
- $B = \left( \sqrt[2]{\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[2]{2} \cdot 1}} \right)^2$

- A) 2      B) 4      C) 8  
 D) 6      E) 32

68. Simplificar:
- $A = \frac{2^{m+3} \cdot 4^{m+2n}}{8^{m-2} \cdot 16^{n+2}}$

- A) 1      B) 2      C) 4  
 D) 8      E)  $2\sqrt{2}$

69. Simplificar:
- $\left[ 2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}} \right]^{32}$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $16\sqrt{2}^{15}$   
 D) 2      E) 4

70. Simplificar:
- $\frac{\sqrt[3]{8^{-x} + 125^x} + \sqrt[3]{8^x + 125^{-x}}}{x\sqrt[3]{1+10^{3x}}}$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{3}{10}$       C)  $\frac{7}{10}$   
 D)  $\frac{1}{5}$       E) 1

71. Calcular:

$$\sqrt{18-4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{16-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3\sqrt{3}-2\sqrt{64\sqrt{3}}}$$

A) 2      B) 4      C) 8

D)  $\sqrt{2}$       E)  $\frac{1}{2}$

72. Si:  $x^{x^2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[4]{8^4 \sqrt[3]{3}}$ . Calcular:  $x^{\sqrt[3]{9}}$

A) 2      B)  $\frac{1}{4}$       C) 8

D)  $\frac{1}{8}$       E) N. A.

73. Sabiendo que:  $2^{(\sqrt{x^2})^{2-1}} = (x^x)^{2^{2-1}}$

Calcular:  $\sqrt[2]{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[2]{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[2]{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[2]{\frac{x}{\sqrt{2}}} \dots$

A) 1      B) 2      C) 4

D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E)  $\sqrt{2}$

74. El equivalente de:

$$\sqrt[2x+3]{\frac{225^{2x+4}}{5^{2x+5} \cdot 4 + 25^{x+3}}}; \text{ es:}$$

A) 15      B) 35      C) 45

D) 90      E) 135

75. El valor más simple de:

$$2 \cdot \frac{7^x - 7 \sqrt{x^2 \cdot 7^x} - x^2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x^{14}}}{7^x - 7 \sqrt{x^x + 7}}$$

A) 1      B)  $x^3$       C)  $x^2$

D) x      E)  $x-1$

76. El equivalente de:

$$\sqrt[b-a]{\frac{a^{a+b} b^b + b^{a+b} a^a}{a^{2b} b^a + b^{2a} a^b}}; \text{ es}$$

A)  $\frac{b}{a}$       B)  $\frac{a}{b}$       C) ab

D)  $a^b$       E)  $b^a$

77. Simplificar:

$$\left[ x^3 + 8 \sqrt[3]{\frac{2^{x^2+3x+4}}{32x^2}} \right]^{x+2}$$

A) 32      B) 16      C) 8

D) 4      E) 2

78. El exponente final de "x" en:

$$\left[ \frac{\sqrt[a]{x^{a+1}} \sqrt[a]{x^{a^2+2}} \sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{\sqrt[a]{x} \sqrt[a]{x^2} \sqrt[a]{x^3}} \right]^a; \text{ es}$$

A) 1      B) a      C) 2a

D) 3a      E) 2

79. Qué valor de "x" satisfice:

$$\sqrt{5}^{x-2} \cdot 4 \sqrt[4]{125}^x = 8 \sqrt[8]{125}^{x+2} \cdot 16 \sqrt[16]{625}^{x+4}$$

A)  $\frac{22}{3}$       B)  $\frac{22}{5}$       C)  $\frac{21}{4}$

D)  $\frac{24}{7}$       E)  $\frac{22}{7}$

80. Halle "x" de:  $x^x x^{n^{n-1}} = n^n \sqrt[n]{n}$

A)  $n^n \sqrt[n]{n^{n+1}}$       B)  $n^{n-1} \sqrt[n]{n}$       C)  $n^{n+1} \sqrt[n]{n}$

D)  $n \sqrt[n]{n}$       E)  $n^{n+1} \sqrt[n]{n}$

81. Siendo  $\frac{1}{a}$  solución de  $\frac{4^x}{2} + \frac{5}{2} - \frac{9}{2^{2x}} = 0$

Indicar el valor numérico de:  $a^{a+1}$

- A)  $2\sqrt{2}$       B) 4      C) 8  
D)  $\frac{1}{8}$       E) 81

82. Halle "x" en:  $\left(\frac{25}{49}\right)^{-x} \cdot \left(\frac{343}{125}\right)^{x-1} = \frac{7}{5}$

- A)  $\frac{4}{5}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{7}{5}$   
D)  $\frac{9}{5}$       E)  $\frac{2}{5}$

83. Si se cumple:

$$8 - x \cdot 2^x + 2^{3-x} - x = 0$$

Qué valor adquiere:  $E = (x-1)^{(x+1)}$

- A) 2      B) 1      C) 8  
D) 9      E) 81

84. Calcular el valor de "x" en:

$$\frac{3^{2x+2} + 3^{2x-1}}{3^{x-2} + 3^{x+1}} = 729$$

- A) 5      B) 6      C) 4  
D) 7      E) 3

85. Hallar "x" en:

$$\left(\frac{1}{x^3}\right)^{\left(\frac{1}{x^4}\right)} = \left(\frac{1}{3x\sqrt{x}}\right)^{\left(\frac{1}{x}\right)}; x > 1$$

- A)  $\sqrt{3}$       B)  $\sqrt[3]{3}$       C)  $3\sqrt{3}$   
D) 9      E) 3

86. Si:  $\sqrt[3]{\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16}} = x(x-2)+1$

Calcular:  $N = x^2 - x + 1$

- A) 11      B) 9      C) 7  
D) 5      E) 13

87. Si:  $x^x = 2$ . Calcular el valor numérico de:

$$N = x^{x^{1+2x^{1-x}}}$$

- A)  $2^{10}$       B)  $2^{12}$       C)  $2^{14}$   
D)  $2^{16}$       E)  $2^{18}$

88. Simplificar:

$$E = \left[ \frac{\sqrt[xy]{\frac{x^y + y^x}{x^{-y} + y^{-x}} + 1}}{\sqrt[xy]{\frac{x^{-y} + y^{-x}}{x^y + y^x} + 1}} \right]^{xy}$$

- A)  $x^x \cdot y^y$       B)  $x \cdot y$       C)  $x^y \cdot y^x$   
D)  $x^{xy} \cdot y^{xy}$       E)  $xy^{-1}$

89. Simplificar:  $N = \left[ \frac{x^{\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}}}{x + x^{\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}}} \right]^x$

- A) x      B)  $x^{-1}$       C)  $x^2$   
D)  $x^{-2}$       E)  $x^3$

90. La siguiente expresión trascendente:

$$\sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4}} \cdot \sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4}}$$

es equivalente a:

- A)  $\sqrt[5]{4}$       B)  $2\sqrt{2}$       C) 16  
D) 2      E) 4

91. Hallar "n" de:

$$n+1\sqrt[n+1]{2-1} \cdot n-1\sqrt[n-1]{2+1} = 24\sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

- A) 5      B) 4      C) 3  
D) 6      E) 7

92. Si:  $x^{2x^2-2x-1} = x$ . Proporcionar el

valor numérico de:  $E = x^2 + x^{-2}$

- A) 4      B) 2      C) 3  
D)  $\frac{4}{9}$       E)  $\frac{25}{4}$

93. Calcular " $x^2$ " a partir de:

$$x^x = 4\sqrt[12]{8^{4(1+3\sqrt{2})}}$$

- A)  $2\sqrt{2}$       B) 4      C)  $\sqrt[3]{4}$   
D) 8      E)  $\sqrt[4]{8}$

94. Indicar la raíz cúbica de "x" a partir de:

$$\sqrt[x]{x^{x^2} \cdot \sqrt[x]{x^{x^3}} \cdot \sqrt[x]{x^{x^4}} \dots "x" \text{ Radicales}} = 4^{96}$$

- A) 4      B) 3      C) 2  
D)  $2\sqrt{2}$       E)  $3\sqrt{3}$

95. Calcular el valor de "x" en:

$$3 - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}}$$

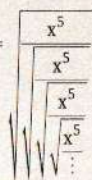
- A) 1      B)  $\sqrt{2}$       C)  $\sqrt{3}$   
D)  $\sqrt{5}$       E) 2

96. Si se verifica:

$$\sqrt{x} \sqrt{x^2} \sqrt{x^3} \sqrt{x^4} \dots "n" \text{ Radicales} = x^{\frac{2^{26}-1}{2^{25}}}$$

Entonces el valor de "n" es:

- A) 29      B) 30      C) 31  
D) 32      E) Falta Datos

97. Simplificar:  $x^{1+x^{1+x^{1+\dots}}}$  = 

- A)  $\left\{ \sqrt[5]{\frac{8}{27}} \right\}$       B)  $\left\{ \sqrt[5]{\frac{4}{9}} \right\}$       C)  $\left\{ \sqrt[5]{\frac{27}{8}} \right\}$   
D)  $\left\{ \sqrt[2]{\frac{2}{9}} \right\}$       E)  $\left\{ \sqrt[5]{\frac{9}{8}} \right\}$

98. Simplificar:  $\left( \sqrt[5]{\sqrt{x}} \right) \left( \sqrt[5]{8\sqrt{x}} \right) \left( \sqrt[8]{11\sqrt{x}} \right) \dots$

- A)  $\sqrt{x}$       B)  $\sqrt[3]{x}$       C)  $\sqrt[6]{x}$   
D) x      E)  $\sqrt[12]{x}$

99. Reducir:



- A)  $x^{-1}$       B) x      C)  $x^{-2}$   
D)  $x^2$       E)  $x^{-3}$

100. Si:  $\sqrt[a]{b} \cdot \sqrt[b]{a} = \sqrt[8]{2^7 \sqrt{2}}$ ;  $a > b$ . Calcular:  $N = \frac{a+b}{a-b}$

- A) 2      B) 3      C) 1  
D) 4      E) 5

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS****Resolución 1:** Se tiene:

$$P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[2]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}}$$

$$P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}$$

$$P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$P = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$$

$$\therefore P = \frac{2}{3}$$

**Rpta.: A****Resolución 2:** Se tiene:

$$E = \sqrt[5]{2^{x-1}} \cdot \sqrt[5]{2^{2x+5}} \cdot \sqrt[5]{2^{3x-3}}$$

$$E = \sqrt[5]{2^{x-1}} \cdot \sqrt[5]{2^{2x+10}} \cdot \sqrt[5]{2^{3x-9}}$$

$$E = \sqrt[5]{2^{x-1+2x+10+3x-9}}$$

$$E = \sqrt[5]{2^{6x}} = 2^6$$

$$\therefore E = 64$$

**Rpta.: E****Resolución 3:** Se tiene:

$$K = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}} + 1}$$

$$K = \sqrt{4^5 - 5^4 + 1} = \sqrt{1024 - 625 + 1}$$

$$K = \sqrt{399 + 1} = \sqrt{400}$$

$$\therefore K = 20$$

**Rpta.: D**

**Resolución 4:**

Se tiene:

$$E = (2^{-1})^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \cdot (2^2)^{\frac{\sqrt{2}}{4}}$$

$$E = 2^{-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \cdot 2^{\frac{2\sqrt{2}}{4}}$$

$$E = 2^{-\sqrt{2}} \cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$E = 2^{-\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2^{-\sqrt{2} + \sqrt{2}} = 2^0$$

$$\therefore E = 1$$

**Rpta.: C**

**Resolución 5:**

Se tiene:

$$K = \left[ 9 \sqrt[3]{3^{x-12}} \cdot \sqrt[3]{3^{x+4}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$K = \left[ 9 \cdot \sqrt[3]{3^{x-12}} \cdot \sqrt[3]{3^{x+12}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$K = \left[ 9 \cdot \sqrt[3]{3^{x-12+3x+12}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$K = \left[ 9 \cdot \sqrt[3]{3^{4x}} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[ 3^2 \cdot 3^4 \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$K = \left[ 3^6 \right]^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2$$

$$\therefore K = 9$$

**Rpta.: E**

**Resolución 6:**

Se pide calcular:

$$E = n^{n^n + n^n} = n^{n^n} \cdot n^{n^n}$$

$$E = \left( n^{n^n} \right)^{\left( n^{n^n} \right)} = (2)^2$$

$$\therefore E = 4$$

**Rpta.: C**

**Resolución 7:** Sea "x" el exponente, luego se cumple que:  $(a^a)^x = a^{a^6}$

$$a^{ax} = a^{a^6}$$

$$ax = a^6$$

$$\therefore x = a^5$$

**Rpta.: B**

**Resolución 8:** Se tiene:

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^4$$

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^9 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^4$$

$$E = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{18} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

$$E = \frac{2^6 \cdot 3^{18} \cdot 2^{12}}{3^6 \cdot 2^{18} \cdot 3^{12}} = \frac{2^{18} \cdot 3^{18}}{2^{18} \cdot 3^{18}}$$

$$\therefore E = 1$$

**Rpta.: A**

**Resolución 9:** Se tiene:

$$K = \frac{2^{a+2} \cdot (2^2)^{a+2b}}{(2^3)^{a-2} \cdot (2^4)^{b+2}}$$

$$K = \frac{2^{a+2} \cdot 2^{2a+4b}}{2^{3a-6} \cdot 2^{4b+8}}$$

$$K = \frac{2^{3a+4b+2}}{2^{3a+4b+2}} = 2^0$$

$$\therefore K = 1$$

**Rpta.: A**

**Resolución 10:** Se tiene:

$$E = 64^{\frac{2}{3}} \cdot 16^{\frac{5}{4}} \cdot 2^0 \cdot (\sqrt{3})^4$$

$$E = \sqrt[3]{64}^{-2} \cdot \sqrt[4]{16}^{-5} \cdot 1 \cdot 3^2$$

$$E = 4^{-2} \cdot 2^5 \cdot 9$$

$$E = \frac{1}{16} \cdot 32 \cdot 9 = 2 \cdot 9$$

$$\therefore E = 18$$

**Rpta.: C**

**Resolución 11:** Se tiene:

$$T = \frac{2^{n+2} - 2^{n-1}}{2^{1+n-1}} = \frac{2^{n+2} - 2^{n+1}}{2^n}$$

$$T = \frac{2^{n+2}}{2^n} - \frac{2^{n+1}}{2^n}$$

$$T = 2^2 - 2^1 = 4 - 2$$

$$\therefore T = 2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 12:** Se tiene:

$$E = \sqrt[2m]{\frac{4^m + m^{2m}}{\frac{1}{4^m} + \frac{1}{m^{2m}}}}$$

$$E = \sqrt[2m]{\frac{(4^m + m^{2m}) \cdot 4^m \cdot m^{2m}}{m^{2m} + 4^m}}$$

$$E = \sqrt[2m]{4^m \cdot m^{2m}} = \sqrt[2m]{2^{2m} \cdot m^{2m}}$$

$$E = \sqrt[2m]{2^{2m}} \cdot \sqrt[2m]{m^{2m}} = 2 \cdot m$$

$$\therefore E = 2m$$

**Rpta.: C**

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**Resolución 13:** Se tiene:

$$Q = \left[ \frac{1}{2} + 2 + 3 \left( \frac{1}{2} \right) - 3(1) \right]^4$$

$$Q = \left[ \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} - 3 \right]^4$$

$$Q = \left[ \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 2 - 3 \right]^4 = \left[ \frac{4}{2} - 1 \right]^4$$

$$Q = [2 - 1]^4 = [1]^4$$

$$\therefore Q = 1$$

**Rpta.: B****Resolución 14:** Sea "K" la expresión, luego se tendrá:

$$K = \frac{(x^{n+3})^{n+5}}{(x^{n+7})^{n+1}} = \frac{x^{n^2+8n+15}}{x^{n^2+8n+7}}$$

$$K = x^{15-7} = x^8$$

$$\therefore \text{Exponente de } x = 8.$$

**Rpta.: A****Resolución 15:** Se tiene:

$$A = \sqrt[3]{\frac{(23.4)^x + (23.6)^x}{(23.3)^x + (23.2)^x}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{23^x \cdot 4^x + 23^x \cdot 6^x}{23^x \cdot 3^x + 23^x \cdot 2^x}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{23^x [(2.2)^x + (2.3)^x]}{23^x (3^x + 2^x)}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{2^x \cdot 2^x + 2^x \cdot 3^x}{3^x + 2^x}}$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{2^x (2^x + 3^x)}{3^x + 2^x}} = \sqrt[3]{2^x}$$

$$\therefore A = 2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 16:** Se tiene:

$$A = \frac{(3 \cdot 7)^6 \cdot (7 \cdot 5)^3 \cdot (2^4 \cdot 5)^3}{(5 \cdot 3)^4 \cdot (7 \cdot 2)^9 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 5)^2}$$

$$A = \frac{3^6 \cdot 7^6 \cdot 7^3 \cdot 5^3 \cdot 2^{12} \cdot 5^3}{5^4 \cdot 3^4 \cdot 7^9 \cdot 2^9 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2}$$

$$A = \frac{3^6 \cdot 7^9 \cdot 5^6 \cdot 2^{12}}{3^6 \cdot 7^9 \cdot 5^6 \cdot 2^{11}} = \frac{2^{12}}{2^{11}} = 2^1$$

$$\therefore A = 2$$

**Rpta.: A**

**Resolución 17:** Por condición:

$$2x \sqrt{\left(\frac{1}{x^x}\right)^x \cdot \left(x^{\frac{1}{x^x}}\right)^{\frac{1}{x}}} = \sqrt{2}$$

$$2x \sqrt{(x^1) \cdot x^{x^0}} = 2x \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{2}$$

$$2x \sqrt{x^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt[4]{x} = \sqrt{2}$$

Como  $x > 3$ :  $\sqrt{2} < \sqrt[4]{4}$

Ahora tenemos:  $\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{4}$

$$\therefore x = 4$$

**Rpta.: B**

**Resolución 18:** Se tiene:

$$M = \left[ 16^{-16^{\frac{1}{16}}} \right]^{-\frac{1}{8}}$$

$$M = \left[ 16^{-16^{\frac{1}{16}-1}} \right]^{\frac{1}{8}-1}$$

$$M = \left[ 16^{-16^{\frac{1}{2^4}-1}} \right]^{\frac{1}{2^3}-1}$$

$$M = \left[ 16^{-\sqrt[4]{2}-1} \right]^{\sqrt[4]{2}-3}$$

$$M = 16^{-\sqrt[4]{2}-4} = 16^{-2^{-1}}$$

$$M = 16^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{16}^{-1} = 4^{-1}$$

$$\therefore M = \frac{1}{4}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 19:** Expresando en forma horizontal:

$$E = \sqrt{x^{-2} \sqrt[3]{x^{-3} \sqrt[4]{x^{-4} \sqrt[5]{x^{-5}}}}}$$

$$E = \sqrt{x^{-2} \sqrt[3]{x^{-3} \sqrt[4]{x^{-4} x^{-1}}}}$$

$$E = \sqrt{x^{-2} \sqrt[3]{x^{-3} \sqrt[4]{x^{-5}}}}$$

$$E = \sqrt[24]{x^{-41}} = x^{-\frac{41}{24}}$$

$$\therefore \text{Exponente de } x = -\frac{41}{24}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 20:** Se tiene:

$$A = \sqrt{x+y+z} \frac{(3^2 \cdot 5)^{x+y} \cdot (3 \cdot 5^2)^{y+z} \cdot (5^2 \cdot 3^2)^{x+z}}{3^{2x+y+z} \cdot 5^{x+y+2z}}$$

$$A = \sqrt{x+y+z} \frac{3^{2x+2y} \cdot 5^{x+y} \cdot 3^{y+z} \cdot 5^{2y+2z} \cdot 5^{2x+2z} \cdot 3^{2x+2z}}{3^{2x+y+z} \cdot 5^{x+y+2z}}$$

$$A = \sqrt{x+y+z} \frac{3^{4x+3y+3z} \cdot 5^{3x+3y+4z}}{3^{2x+y+z} \cdot 5^{x+y+2z}}$$

$$A = \frac{x+y+z}{\sqrt[3]{3^{2x+2y+2z} \cdot 5^{2x+2y+2z}}}$$

$$A = \frac{x+y+z}{\sqrt[(3^2)^{x+y+z} \cdot (5^2)^{x+y+z}]}$$

$$A = \frac{x+y+z}{\sqrt{[(3^2) \cdot (5^2)]^{x+y+z}}}$$

$$A = (3^2) \cdot (5^2) = 9 \cdot 25$$

$$\therefore A = 225$$

**Rpta.: E**

**Resolución 21:** Se tiene:

$$B = \frac{5 \cdot 2^{m+2} - 2^{m-4} - 3 \cdot 2 \cdot 2^{m-1}}{2^{m+5} - 15 \cdot 2^m - 2 \cdot 2^{m+3}}$$

$$B = \frac{5 \cdot 2^m \cdot 2^2 - 2^m \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^m \cdot 2^1}{2^m \cdot 2^5 - 15 \cdot 2^m - 2 \cdot 2^m \cdot 2^3}$$

$$B = \frac{2^m(5 \cdot 4 - 16 - 3)}{2^m(32 - 15 - 2 \cdot 8)}$$

$$B = \frac{20 - 19}{17 - 16} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore B = 1$$

**Rpta.: A**

**Resolución 22:** Con el dato  $a^a = 2$ , se pide calcular:

$$H = a^{a^{(a^{a+1})+1}} = a^{a^{(a^a \cdot a)+1}}$$

$$H = a^{a^{(2a)+1}} = a^{a^{2a \cdot a}}$$

$$H = a^{a \cdot a^{2a}} = (a^a)^{(a^a)^2}$$

$$H = (2)^{(2)^2} = 2^4$$

$$\therefore H = 16$$

**Rpta.: C**

**Resolución 23:** Nótese que  $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; luego tenemos:

$$D = \left[ \frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt[6]{\frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3} + \sqrt{3}^3 + \sqrt{3}^5}} \right]^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$D = 4 \sqrt[6]{\left( \frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{1}{6\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3}}}}$$

$$D = 4 \sqrt[6]{\left( \frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{4}{\sqrt{3}}}}$$

$$D = \left( \frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$D = \sqrt[6]{\frac{6\sqrt{3}^5}{\sqrt{3}}}$$

$$D = \frac{6\sqrt{3}^6}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}^3$$

$$\therefore D = 3$$

**Rpta.: A**

**Resolución 24:** Se pide calcular:  $E = x^{-x^{1-x}}$

Por condición:  $x^{x^{1+x}} = 4$

$$x^{x^1 \cdot x^x} = 4$$

$$(x^x)^{(x^x)} = 2^2$$

Aquí reconocemos:  $x^x = 2 \Rightarrow x^{-x} = 2^{-1}$

En la expresión:  $E = x^{-x^{1-x}}$

$$E = x^{-x \cdot x^{-x}}$$

$$E = (x^{-x})^{(x^{-x})}$$

$$E = (2^{-1})^{(2^{-1})}$$

$$E = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore E = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Rpta.: C**

**Resolución 25:** Por teorema:

$$C = \left(4^n \sqrt{x^3}\right)^{\frac{4^n-1}{4-1}} = \left(4^n \sqrt{x^3}\right)^{\frac{4^n-1}{3}}$$

$$C = 4^n \sqrt{x}^{4^n-1} = x^{\frac{4^n-1}{4^n}}$$

$$C = x^{1-\frac{1}{4^n}} = x^{1-4^{-n}}$$

$$\therefore \text{Exponente de } x = 1 - 4^{-n}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 26:** Se tiene:

$$A = \left[ \sqrt[2]{\sqrt[2]{1+\sqrt{2}} \sqrt[2]{4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[2]{1+\sqrt{2}} \sqrt[2]{4\sqrt{2}}}} \right]^{8 \cdot \frac{1}{3}}$$

$$A = \left[ \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})\sqrt{4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}(1+\sqrt{2})\sqrt{4\sqrt{2}}}{4} \right]^{\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$A = \left[ \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4\sqrt{2}}} \right]^{2^{-1}}$$

$$A = \left[ \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \sqrt[2]{4 \cdot 4\sqrt{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \sqrt[2]{1+\sqrt{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = [4]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$$

$$\therefore A = 2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 27:** Se tiene:

$$E = 2^{2^{-1}} \cdot 2^{0,5^{0,5}} = \left(2^{2^{-1}}\right)^{2^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}}$$

$$E = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}} = (\sqrt{2})^{2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}}$$

$$\therefore E = \sqrt{2^{\sqrt{2}\sqrt{2}}}}$$

**Rpta.: D****Resolución 28:** Por condición:

$$\sqrt{2^{\sqrt{2}-1}} \cdot \sqrt[2]{2^{\sqrt{2}+1}} \cdot \sqrt{2^{-2\frac{1}{2}}} = x^x$$

$$2^{\sqrt{2}\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}+\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt{2^{-\sqrt{2}-1}} = x^x$$

$$2^{\sqrt{2}\sqrt{2}^{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}+1}} \cdot \sqrt{2^{-\frac{1}{\sqrt{2}}}}} = x^x$$

$$2^{\sqrt{2}\sqrt{2}^3} \cdot 2^{\sqrt{2}\sqrt{2}^{-1}} = x^x$$

$$2^{\sqrt{2}\sqrt{2}^2} = x^x$$

$$\sqrt{2}\sqrt{2} = x^x$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\sqrt{2}^{\sqrt{2}} = x^x$$

$$\sqrt{2}^{\sqrt{2}} = x^x$$

Aquí reconocemos:

$$x = \sqrt{2}$$

$$\therefore x^3 = 2\sqrt{2}$$

**Rpta.: D**

**Resolución 29:** Se tiene:

$$F = \frac{\sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \sqrt[4]{x^3} \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[n]{n-1} \dots \sqrt[3]{x}}{\sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots} \sqrt[4]{3} \sqrt{x-1}}$$

$$F = \sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \sqrt[4]{x^3} \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots} \sqrt[3]{x^2}$$

$$F = \sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \sqrt[4]{x^3} \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots} \sqrt[3]{x}$$

$$F = \sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \sqrt[5]{x^4} \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots} \sqrt[5]{x}$$

$$F = \sqrt[n]{x^{n-1}} \sqrt[n-1]{x^{n-2}} \dots \sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[n]{n-1} \sqrt[n-2]{\dots} \sqrt[5]{x}$$

⋮

$$F = \sqrt[n]{x^{n-1}} \cdot \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{x^{n-1} \cdot x} = \sqrt[n]{x^n}$$

$$\therefore F = x$$

**Rpta.: B**

**Resolución 30:** Se tiene:

$$M = \sqrt{\frac{a - \sqrt[3]{7}^{2a} - 21a - \sqrt[3]{7}^{2b}}{ab \sqrt[3]{7}^{a+b}}}$$

$$M = \sqrt{\frac{a - \sqrt[3]{7}^{2a}}{a - \sqrt[3]{7}^{2a}} - 21 \frac{a - \sqrt[3]{7}^{2b}}{a - \sqrt[3]{7}^{a+b}}}$$

$$M = \sqrt{a - \sqrt[3]{7}^{a+b} - 21 \cdot \frac{1}{a - \sqrt[3]{7}^{a+b}}}$$

$$M = \sqrt{7 - \frac{21}{7}} = \sqrt{7-3} = \sqrt{4}$$

$$\therefore M = 2$$

**Rpta.: B**



$$R = 2n \sqrt[n]{\frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{y} \sqrt{x} \dots \sqrt{x} \sqrt[3]{y} \sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

$$R = 2n \sqrt[n]{\sqrt{x} \sqrt[3]{y} \sqrt{x} \dots \sqrt{x} \sqrt[3]{y}}$$

$$R = 2n \sqrt[n]{(\sqrt{x})^{12n} (\sqrt[3]{y})^{12n}} = 2n \sqrt[n]{x^{6n} y^{4n}}$$

$$\therefore R = x^3 y^2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 34:** Datos :  $A = 3^{27} \wedge B = 27^3 = (3^3)^3 = 3^9$

$$K = \frac{A^{B^3}}{(B^3)^A} = \frac{(3^{27})^{3^{27}}}{(3^{27})^{3^{27}}}$$

$$\therefore K = 1$$

**Rpta.: A**

**Resolución 35:** Se tiene:

$$E = \frac{6 \sqrt[5]{6} \sqrt[6]{6 \sqrt[5]{6}}}{\sqrt[5]{6} \sqrt[6]{5 \sqrt[5]{6}}} = \frac{6 \sqrt[5]{6} \sqrt[6]{\sqrt[5]{6}^6}}{\sqrt[5]{6} \sqrt[6]{5 \sqrt[5]{6}}}$$

$$E = \frac{\left(6 \sqrt[5]{6} \sqrt[6]{\sqrt[5]{6}}\right)^6}{\sqrt[5]{6} \sqrt[6]{5 \sqrt[5]{6}}} = \frac{\sqrt[5]{6} \sqrt[6]{5 \sqrt[5]{6}}}{\sqrt[5]{6} \sqrt[6]{5 \sqrt[5]{6}}}$$

$$\therefore E = 1$$

**Rpta.: A**

**Resolución 36:** Se pide calcular:

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2^{\sqrt{2}/2}} \right] 2^{-2^{-1/2}}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2^{\sqrt{2}/2} \cdot \sqrt{2}} \right] 2^{-\sqrt{2}-1}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2^{2\sqrt{2}}} \right] 2^{-\sqrt{2}-1}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right] 2^{\sqrt{2}} \cdot 2^{-\sqrt{2}-1}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \right] 2^{\sqrt{2}-\sqrt{2}-1}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \right] 2^{\sqrt{2}-1/2}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \right] 2^{\frac{1}{2}}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \right] 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \right] \sqrt{2^{\sqrt{2}}}$$

$$\therefore E = 2$$

**Rpta.: A****Resolución 37:** Se tiene:

$$K = \sqrt[2]{\sqrt{[4(2^{\sqrt{2}})]^{\sqrt{2}-1}}} = \sqrt[2]{\sqrt{[2^2(2^{\sqrt{2}})]^{\sqrt{2}-1}}}$$

$$K = \sqrt{2^{2\sqrt{2}-2} \cdot 2^{2-\sqrt{2}}} = \sqrt[2]{2^{\sqrt{2}}}$$

$$\therefore K = 2$$

**Rpta.: A**

**Resolución 38:** Se tiene:

$$E = \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{\left( \frac{1}{2} \right)^{\left( \frac{1}{4} \right)^{\left( \frac{1}{4} \right)}}} \right] = \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{\left( \frac{1}{2} \right)} \right]^{\left( \frac{1}{2} \right)^{\left( \frac{1}{2} \right)}}$$

$$E = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \left( \sqrt{2}^{-1} \right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\therefore E = \left( \sqrt[2]{\sqrt{2}} \right)^{-1}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 39:** Por condición:

$$m + n = 2mn$$

$$E = \frac{4^m - 4^n}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}} = \frac{2^{2m} - 2^{2n}}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$E = \frac{\sqrt[2]{2^{2mn}} - \sqrt[2]{2^{2mn}}}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$E = \frac{\sqrt[2]{2^{m+n}} - \sqrt[2]{2^{m+n}}}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$E = \frac{\sqrt[2]{2^m} \cdot \sqrt[2]{2^n} - \sqrt[2]{2^m} \cdot \sqrt[2]{2^n}}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$E = \frac{\sqrt[2]{2^m} \cdot 2 - 2 \cdot \sqrt[2]{2^n}}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$E = \frac{2(\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n})}{\sqrt[2]{2^m} - \sqrt[2]{2^n}}$$

$$\therefore E = 2$$

**Rpta.: E**

**Resolución 40:** Se tiene:

$$K = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{2} \cdot \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{\sqrt{2}^3}} \sqrt{\frac{\sqrt{2}^{2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}^3}}$$

$$K = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} \sqrt{\sqrt{2}^{2\sqrt{2}-3}}$$

$$K = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}^{-1}}$$

$$K = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{2} \sqrt{2}-1}$$

$$\therefore K = \sqrt{2}$$

**Rpta.: B**

**Resolución 41:** Se tiene:

$$E = a^{-b} \sqrt[b]{\frac{\sqrt[b]{(xy)^b}}{\sqrt[b]{(xy)^a}}} \cdot b^{-1} \sqrt[b]{\frac{\sqrt[b]{(xy)^b}}{\sqrt[b]{xy}}}$$

$$E = ab \sqrt[b]{\frac{\sqrt[b]{(xy)^b}}{\sqrt[b]{(xy)^a}}} \cdot b^{-1} \sqrt[b]{\frac{x^b y^{b^2}}{xy}}$$

$$E = (a-b)b \sqrt[b]{\left(\frac{1}{xy}\right)^{a-b}} \cdot (b-1)b \sqrt[b]{x^{b-1} \cdot y^{b^2-1}}$$

$$E = b \sqrt[b]{\frac{1}{xy}} \cdot b \sqrt[b]{x \cdot y^{b+1}}$$

$$E = b \sqrt[b]{\frac{1}{xy}} \cdot x \cdot y^{b+1} = b \sqrt[b]{y^b}$$

$$\therefore E = y$$

**Rpta.: C**

**Resolución 42:** Se tiene:

$$E = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \sqrt[ab]{\frac{x^b y^a}{x^a y^b}}$$

$$E = \frac{b-a}{ab} \sqrt[ab]{\frac{x^b y^a}{x^a y^b}}$$

$$E = \left( \frac{b-a}{ab} \right)^{(ab)} \sqrt[ab]{\frac{x^{b-a}}{y^{b-a}}}$$

$$E = b-a \sqrt{\left( \frac{x}{y} \right)^{b-a}}$$

$$\therefore E = \frac{x}{y}$$

**Rpta.: C**

**Resolución 43:** La ecuación propuesta es:

$$2^{\frac{x-2}{2}} \cdot 2^{\frac{x+1}{3}} \cdot 2^{\frac{2-3x}{4}} = 1$$

$$2^{\frac{x-2}{2} + \frac{x+1}{3} + \frac{2-3x}{4}} = 2^0$$

$$\frac{x-2}{2} + \frac{x+1}{3} + \frac{2-3x}{4} = 0$$

$$6(x-2) + 4(x+1) + 3(2-3x) = 0$$

$$6x - 12 + 4x + 4 + 6 - 9x = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$\therefore x$  es par y primo.

**Rpta.: E**

**Resolución 44:** Se tiene:

$$(2^4)^{3^{2x}} = (2^3)^{4^{2x}}$$

$$2^{4 \cdot 3^{2x}} = 2^{3 \cdot 4^{2x}}$$

$$4 \cdot 3^{2x} = 3 \cdot 4^{2x}$$

$$\frac{3^{2x}}{3} = \frac{4^{2x}}{4}$$

$$3^{2x-1} = 4^{2x-1}$$

Aquí se cumple:  $2x - 1 = 0$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 3$$

**Rpta.: B**

**Resolución 45:** Se tiene:

$$x^{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{3} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\sqrt[3]{x^{\sqrt[3]{x}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$$

$$\sqrt[3]{x^{\sqrt[3]{x}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = 9 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3}$$

$$\sqrt[3]{x^{\sqrt[3]{x}}} = 27 \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \left(\frac{1}{27}\right)^{\left(\frac{1}{27}\right)}$$

Aquí reconocemos:  $\sqrt[3]{x} = \frac{1}{27}$

$$\sqrt[3]{x} = 3^{-3}$$

$$\therefore x = 3^{-9}$$

**Rpta.: D**

**Resolución 46:** Se tiene:

$$4\sqrt[4]{x}(1-x) = 3x^x$$

$$\frac{4}{3}(1-x) = \frac{x^x}{\sqrt[4]{x}}$$

$$\frac{4}{3}(1-x) = x^{x-1} \cdot x^{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{1-x}{x^{x-1}} = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}$$

$$(1-x) \cdot x^{(1-x)} = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}$$

Aquí reconocemos:  $\frac{3}{4} = 1-x$

$$x = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{4}$$

**Rpta.: B**

**Resolución 47:** Se tiene:

$$x^{-x^{2x^2}} = 2\sqrt[2]{2}$$

Elevando al exponente -2 tenemos:

$$x^{2x^{2x^2}} = \sqrt[2]{2}^{-1}$$

$$(x^2)^{(x^2)^{(x^2)}} = 2^{-\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$(x^2)^{(x^2)^{(x^2)}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$(x^2)^{(x^2)^{(x^2)}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$(x^2)^{(x^2)^{(x^2)}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

Aquí reconocemos:  $x^2 = \frac{1}{2}$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Rpta.: C**

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**Resolución 48:** Se tiene:

$$x^{4x-1} = 8 = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$$

$$x^{4x-1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}-1}$$

$$x^{4x-1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{4\left(\frac{1}{16}\right)-1}$$

Aquí reconocemos:  $x = \frac{1}{16}$

$$\therefore m + n = 17$$

**Rpta.: D****Resolución 49:** En la ecuación:

$$\sqrt[5]{x^{3+\sqrt[5]{x^{3+\sqrt[5]{x^{\dots}}}}} = \sqrt{x^{\sqrt{x^{\sqrt{x^{\dots}}}}} = A$$

$$\text{I. } \sqrt[5]{x^{3+A}} = A \Rightarrow x = 3 + \sqrt[5]{A^5}$$

$$\text{II. } \sqrt{x^A} = A \Rightarrow x = \sqrt[4]{A^2}$$

Aquí reconocemos que:

$$3 + \sqrt[5]{A^5} = \sqrt[4]{A^2}$$

$$\frac{5}{3+A} = \frac{2}{A}$$

$$5A = 6 + 2A$$

$$3A = 6$$

$$A = 2$$

Finalmente como:  $x = \sqrt[4]{A^2}$

$$x = \sqrt{2^2}$$

$$\therefore x = 2$$

**Rpta.: C**

**Resolución 50:** La ecuación es:

$$\sqrt[x+1]{\frac{x^{2+x^3}}{x+1}} = x^x$$

$$\frac{x^{2+x^3}}{x+1} = (x^x)^{x+1}$$

$$x^{2+x^3} = (x+1)[x^x]^{x+1}$$

$$x^2 \cdot x^{x^3} = (x+1)[x^x]^{x+1}$$

$$x^2 [x^x]^{x^2} = (x+1)[x^x]^{x+1}$$

Aquí reconocemos que:

$$x^2 = x+1$$

Al dividir cada miembro por  $x$  tenemos:

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x - \frac{1}{x} = 1$$

Elevando al cubo tenemos:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3\left(x \cdot \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 1$$

$$x^3 - x^{-3} - 3(1)(1) = 1$$

$$x^3 - x^{-3} - 3 = 1$$

$$\therefore x^3 - x^{-3} = 4$$

**Rpta.: D**

**Resolución 51:** Sea la expresión dada:

$$K = \frac{9^{2^{-1}} + 36^{2^{-1}} + 125^{3^{-1}}}{4^{2^{-1}}}$$

Aplicando definiciones tenemos:

$$K = \frac{9^{\frac{1}{2}} + 36^{\frac{1}{2}} + 125^{\frac{1}{3}}}{4^{\frac{1}{2}}}$$

$$K = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{36} + \sqrt[3]{125}}{\sqrt{4}}$$

$$K = \frac{3+6+5}{2}$$

$$K = \frac{14}{2}$$

$$\therefore K = 7$$

**Rpta.: A**

**Resolución 52:** Sea la expresión:

$$K = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot \dots (4n+3) \text{ veces}}{x \cdot x \cdot x \cdot \dots (2n-3) \text{ veces}} \cdot \frac{x \cdot x \cdot x \cdot \dots (3n-2) \text{ veces}}{x \cdot x \cdot x \cdot \dots (5n+2) \text{ veces}}$$

Por definición tenemos:

$$K = \frac{x^{4n+3}}{x^{2n-3}} \cdot \frac{x^{3n-2}}{x^{5n+2}}$$

Por teoremas tenemos:

$$K = x^{4n+3-2n+3} \cdot x^{3n-2-5n-2}$$

$$K = x^{2n+6} \cdot x^{-2n-4}$$

$$K = x^{2n+6-2n-4} = x^{6-4}$$

$$\therefore K = x^2$$

**Rpta.: C**

**Resolución 53:** Sea la expresión dada:

$$K = \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^{-1} + 4 \left( \frac{2}{3} \right)^{-2} + 9 \left( \frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Por definición tenemos:

$$K = \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^{-1} + 4 \left( \frac{2}{3} \right)^{-2} + 9 \left( \frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Por teorema tenemos:

$$K = \left[ 3 + 4 \cdot \frac{9}{4} + 9 \cdot \frac{4}{9} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$K = [3 + 9 + 4]^{\frac{1}{2}} = [16]^{\frac{1}{2}}$$

$$K = \sqrt{16}$$

$$\therefore K = 4$$

**Rpta.: B**

**Resolución 54:** Sea la expresión:

$$K = \frac{8^{n+1} \cdot 4^{3n} \cdot 2^{n-1}}{32^{2n-1}}$$

Expresando en base dos:

$$K = \frac{(2^3)^{n+1} \cdot (2^2)^{3n} \cdot 2^{n-1}}{(2^5)^{2n-1}} = \frac{2^{3n+3} \cdot 2^{6n} \cdot 2^{n-1}}{2^{10n-5}}$$

Por teorema tenemos:

$$K = 2^{3n+3+6n+n-1-10n+5}$$

$$K = 2^{10n+2-10n+5} = 2^7$$

$$\therefore K = 128$$

**Rpta.: A**

**BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01****Resolución 55:** Para cada enunciado tenemos:

$$(F) \quad a^n + a^n = 2 \cdot a^n$$

$$(V) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = (a \cdot b^{-1})^n = a^n \cdot b^{-n}$$

$$(V) \quad (-a)^n = -a^n ; a > 0 \wedge n \text{ impar}$$

 $\therefore$  FVV**Rpta.: D****Resolución 56:** Por dato tenemos:

$$x^{-x} = 4$$

Sea el valor solicitado:

$$K = x^{-x^{1-x-x}}$$

Por teoremas tenemos:

$$K = x^{-x^1 \cdot x^{-x-x}}$$

Utilizando el dato:

$$K = x^{-x \cdot 4-x} = x^{-4x-x}$$

$$K = x^{-5x} = (x^{-x})^5$$

$$K = (4)^5$$

$$\therefore K = 1024$$

**Rpta.: E****Resolución 57:** La expresión dada es:

$$\sqrt[3]{x^2 \sqrt[5]{x^3 \sqrt{x}}}$$

Por propiedad tenemos:

$$3 \cdot 5 \cdot 2 \sqrt[3]{x^{(2 \cdot 5 + 3) \cdot 2 + 1}} = 30 \sqrt[3]{x^{27}}$$

De donde el exponente es:

$$\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$$

Sea "K" el valor pedido, luego:

$$\frac{9}{10} + K = 1 \leftrightarrow K = 1 - \frac{9}{10}$$

$$\therefore K = \frac{1}{10}$$

**Rpta.: D**

**Resolución 58:** Sea la expresión:

$$K = \frac{\sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[6]{x} \dots (6n+12) \text{ veces}}{x^{n-1}}$$

Por definición tenemos:

$$K = \frac{(\sqrt[6]{x})^{6n+12}}{x^{n-1}} = \frac{x^{n+2}}{x^{n-1}}$$

Por teorema tenemos:  $K = x^{n+2-n+1} = x^{2+1}$

$$\therefore K = x^3$$

**Rpta.: C**

**Resolución 59:** Sea la expresión:

$$K = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{\sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{\sqrt{c}}}}{\sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt{c}}$$

Por teorema tenemos:

$$K = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[8]{c}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[8]{c}}$$

$$\therefore K = 1$$

**Rpta.: E**

**BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01****Resolución 60:** En cada columna tenemos:

$$A = \frac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^{n+2}}{2 \cdot 2^{n+3}}$$

$$A = \frac{2^{n+4} - 2^{n+3}}{2^{n+4}}$$

$$A = \frac{2^{n+4}}{2^{n+4}} - \frac{2^{n+3}}{2^{n+4}}$$

$$A = 2^0 - 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{5^{n+2} + 5^{n+4} + 5^{n+6}}{5^{n+7} + 5^{n+5} + 5^{n+3}}$$

$$B = \frac{5^{n+2} + 5^{n+4} + 5^{n+6}}{5 \cdot 5^{n+6} + 5 \cdot 5^{n+4} + 5 \cdot 5^{n+2}}$$

$$B = \frac{5^{n+2} + 5^{n+4} + 5^{n+2}}{5(5^{n+6} + 5^{n+4} + 5^{n+2})} \Rightarrow B = \frac{1}{5}$$

 $\therefore A > B$ **Rpta.: A****Resolución 61:** Sea la expresión:

$$K = \frac{\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16}}}}}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{32}}}}$$

Como  $\sqrt{16} = 4$ . Ahora :

$$K = \frac{\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{32}}}}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{32}}}}$$

Por teorema tenemos:

$$K = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{\sqrt{32}}}}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{32}}}}$$

$$K = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[8]{32}}{\sqrt[8]{32}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4}$$

 $\therefore K = 2$ **Rpta.: D**

**Resolución 62:** Expresado en base tres:

$$\sqrt{3^{6+x}} = (3^3)^{x-4}$$

$$3^{\frac{6+x}{2}} = 3^{3x-12}$$

Por teorema se cumple que:

$$\frac{6+x}{2} = 3x-12$$

$$6+x = 6x-24$$

$$30 = 5x$$

$$\therefore x = 6$$

**Rpta.: C**

**Resolución 63:** Expresando en base dos:

$$2^{8^{x-2}} = (2^2)^{2^{x+1}}$$

$$2^{8^{x-2}} = 2^2 \cdot 4^{x+1}$$

Por teorema se cumple:

$$8^{x-2} = 2 \cdot 4^{x+1}$$

Nuevamente en base dos:

$$(2^3)^{x-2} = 2 \cdot (2^2)^{x+1}$$

$$2^{3x-6} = 2 \cdot 2^{2x+2}$$

$$2^{3x-6} = 2^{2x+3}$$

Por teorema se cumple:

$$3x-6 = 2x+3$$

$$\therefore x = 9$$

**Rpta.: C**

**Resolución 64:** Expresando en base dos:

$$(2^2)^{5x-3} \cdot (2^3)^{2x+1} = (2^4)^{x+2}$$

Ahora por teoremas:

$$2^{10x-6} \cdot 2^{6x+3} = 2^{4x+8}$$

$$2^{16x-3} = 2^{4x+8}$$

$$16x - 3 = 4x + 8$$

$$12x = 11$$

$$\therefore x = \frac{11}{12}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 65:** Expresado en base dos:

$$(2^5)^{5^{x+2}} = 5^x \sqrt{2^{5^{12-x}}}$$

$$2^5 \cdot 5^{x+2} = 2^{\frac{5^{12-x}}{5^x}}$$

Por teorema se cumple:

$$5 \cdot 5^{x+2} = \frac{5^{12-x}}{5^x}$$

$$5^{x+3} = 5^{12-2x}$$

$$x + 3 = 12 - 2x$$

$$3x = 9$$

$$\therefore x = 3$$

**Rpta.: C**



**Resolución 68:** En función de base dos:

$$A = \frac{2^{m+3} \cdot (2^2)^{m+2n}}{(2^3)^{m-2} \cdot (2^4)^{n+2}}$$

Por teorema tenemos:

$$A = \frac{2^{m+3} \cdot 2^{2m+4n}}{2^{3m-6} \cdot 2^{4n+8}} = \frac{2^{3m+4n+3}}{2^{3m+4n+2}}$$

$$A = 2^{3m+4n+3-3m-4n-2}$$

$$A = 2^{3-2} = 2^1$$

$$\therefore A = 2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 69:** Sea la expresión:

$$K = \left( 2 \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}}}} \right)^{32}$$

Por definición:

$$K = \left( 2 \sqrt{2^{-1} \sqrt{2^{-1} \sqrt{2^{-1} \sqrt{2^{-1}}}}} \right)^{32}$$

Por propiedad:

$$K = \left( \sqrt[16]{2} \right)^{32} = (2)^2$$

$$\therefore K = 4$$

**Rpta.: E**

**Resolución 70:** Sea la expresión:

$$K = \frac{\sqrt[3x]{\frac{1}{8^x} + 125^x} + \sqrt[3x]{8^x + \frac{1}{125^x}}}{\sqrt[3x]{1 + 10^{3x}}}$$

Como  $8 \cdot 125 = 1000$ :

$$K = \frac{\sqrt[3x]{\frac{1 + 1000^x}{8^x}} + \sqrt[3x]{\frac{1000^x + 1}{125^x}}}{\sqrt[3x]{1 + 1000^x}}$$

$$K = \frac{\sqrt[3x]{\frac{1 + 1000^x}{8^x}} + \sqrt[3x]{\frac{1000^x + 1}{125^x}}}{\sqrt[3x]{1 + 1000^x}}$$

Simplificando tenemos:

$$K = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \frac{1}{\sqrt[3]{125}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

$$\therefore K = \frac{7}{10}$$

**Rpta.: C**

**Resolución 71:** Sea la expresión:

$$K = \sqrt{18 - 4\sqrt{3}\sqrt[3]{16}^{-2\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{64}^{\sqrt{3}}}$$

Simplificando:

$$K = \sqrt{2\sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2)\sqrt[3]{16}^{-2\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{64}^{\sqrt{3}}}$$

$$K = \sqrt{3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{16}^{-1} \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{64}^{\sqrt{3}}}$$

Ahora en base cuatro:

$$K = \sqrt{3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{4}^{-2} \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{4}^{3\sqrt{3}}}$$

$$K = \sqrt{3\sqrt{3} - 2\sqrt[3]{4}^{3\sqrt{3}-2}} = \sqrt{4}$$

$$\therefore K = 2$$

**Rpta.: A**

**Resolución 72:** La ecuación dada es:

$$x^{x^2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[4]{8^{\frac{3}{\sqrt{3}}}}$$

Reacomodando tenemos:

$$x^{x^2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[4]{2^{3 \cdot 4^{\frac{3}{\sqrt{3}}}}}$$

$$x^{x^2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[4]{2^{3 \cdot 4^{\frac{3}{\sqrt{3}}}}}$$

Observamos que  $3 = \sqrt[3]{27}$ . Ahora:

$$x^{x^2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[4]{\sqrt[3]{27} \cdot 4^{\frac{3}{\sqrt{3}}}}$$

$$x^{x^2} = 2^{\frac{3}{\sqrt{3}}} \cdot 4^{\frac{3}{\sqrt{3}}}$$

$$x^{x^2} = (2^{\frac{3}{\sqrt{3}}})^{4^{\frac{3}{\sqrt{3}}}}$$

$$x^{x^2} = (2^{\frac{3}{\sqrt{3}}})^{(2^{\frac{3}{\sqrt{3}}})^2}$$

Por analogía tenemos:

$$x = 2^{\frac{3}{\sqrt{3}}}$$

Elevando al exponente  $\sqrt[3]{9}$ :

$$x^{\sqrt[3]{9}} = (2^{\frac{3}{\sqrt{3}}})^{\sqrt[3]{9}}$$

$$x^{\sqrt[3]{9}} = 2^{\frac{3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}}$$

$$x^{\sqrt[3]{9}} = 2^3$$

$$\therefore x^{\sqrt[3]{9}} = 8$$

**Rpta.: C**

**Resolución 73:** Se pide calcular:

$$K = \sqrt{2} \sqrt{\frac{x}{\sqrt{2}}} \sqrt{2} \sqrt{\frac{x}{\sqrt{2}}} \dots$$

Por casos especiales:

$$K = \sqrt{2-1} \sqrt{\frac{x}{\sqrt{2}}} \dots\dots\dots(1)$$

La ecuación dada es:

$$2(\sqrt{x^{\sqrt{2}}})^{\frac{1}{2}} = (x^x)^{2^{\frac{1}{2}}}$$

$$2(\sqrt{x^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}} = (x^x)^{\sqrt{2}}$$

Considerando  $x > 0$ :

$$2^{\sqrt{x^2}} = x^{\sqrt{2}x}$$

$$2^x = x^{\sqrt{2}x}$$

De donde podemos observar:

$$2 = x^{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}\sqrt{2} = x \dots\dots\dots(2)$$

Finalmente (2) en (1):

$$K = \sqrt{2-1} \sqrt{\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$$

$$K = \sqrt{2-1} \sqrt{\sqrt{2}\sqrt{2}-1}$$

$$\therefore K = \sqrt{2}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 74:** Sea:

$$K = 2x+3 \sqrt{\frac{(5^2 \cdot 3^2)^{2x+4}}{5^{2x+5} \cdot 4 + (5^2)^{x+3}}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{\frac{5^{4x+8} \cdot 3^{4x+8}}{5^{2x+5} \cdot 4 + 5^{2x+6}}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{\frac{5^{4x+8} \cdot 3^{4x+8}}{5^{2x+5} \cdot (4+5)}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{\frac{5^{4x+8} \cdot (3^2)^{2x+4}}{5^{2x+5} \cdot 9}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{5^{4x+8-2x-5} \cdot 9^{2x+4-1}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{5^{2x+3} \cdot 9^{2x+3}}$$

$$K = 2x+3 \sqrt{(5 \cdot 9)^{2x+3}} = 5 \cdot 9$$

$$\therefore K = 45$$

**Rpta.: C**

**Resolución 75:** Sea la expresión:

$$K = \frac{2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x}^{-2} \cdot 7^x - x^2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x}^{-14}}{7^x - 7 \sqrt{x}^{-7} + 7}$$

$$K = \frac{2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x}^{-2} \cdot 7^x - x^2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x}^{-14}}{7^x - 7 \sqrt{x}^{-7} + 7}$$

Por teorema tenemos:

$$K = 2 \cdot 7^x - 7 \sqrt{x}^{-7} - \frac{x^2}{7^x - 7 \sqrt{x}^{-7} + 7}$$

$$K = 2 \cdot x - \frac{x^2}{x} = 2x - x$$

$$\therefore K = x$$

**Rpta.: D**

**Resolución 76:** Sea la expresión:

$$K = b - a \sqrt{\frac{a^a \cdot a^b \cdot b^b + b^a \cdot b^b \cdot a^a}{a^{2b} \cdot b^a + b^{2a} \cdot a^b}}$$

Factorizando tenemos:

$$K = b - a \sqrt{\frac{a^a \cdot b^b \cdot (a^b + b^a)}{a^b \cdot b^a \cdot (a^b + b^a)}}$$

Aplicando tenemos:

$$K = b - a \sqrt{\frac{a^a \cdot b^b}{a^b \cdot b^a}} = b - a \sqrt{\frac{b^{b-a}}{a^{b-a}}}$$

$$K = b - a \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^{b-a}}$$

$$\therefore K = \frac{b}{a}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 77:** La expresión dada es:

$$K = \left( x^3 + 8 \sqrt{\frac{2^{x^2+3x+4}}{32^x}} \right)^{x+2}$$

$x^3 + 8$  es la suma de cubos:

$$K = \left[ (x+2)(x^2-2x+4) \sqrt{\frac{2^{x^2+3x+4}}{2^{5x}}} \right]^{x+2}$$

$$K = x^{2-2x+4} \sqrt{2^{x^2+3x+4-5x}}$$

$$K = x^{2-2x+4} \sqrt{2^{x^2-2x+4}}$$

$$\therefore K = 2$$

**Rpta.: E**

**Resolución 78:** Sea la expresión:

$$K = \left( \frac{\sqrt[a]{x^{a+1}} \sqrt[a]{x^{a^2+2}} \sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{\sqrt[a]{x} \sqrt[a]{x^2} \sqrt[a]{x^3}} \right)^a$$

Por teorema:

$$K = \left( \frac{\sqrt[a]{x^{a+1}} \sqrt[a]{x^{a^2+2}} \sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{x \sqrt[a]{x^2} \sqrt[a]{x^3}} \right)^a$$

Simplificando:

$$K = x^a \cdot \frac{\sqrt[a]{x^{a^2+2}} \sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{\sqrt[a]{x^2} \sqrt[a]{x^3}}$$

$$K = x^a \cdot \sqrt[a]{\frac{x^{a^2+2} \sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{x^2 \sqrt[a]{x^3}}}$$

$$K = x^a \cdot \sqrt[a]{x^{a^2} \cdot \frac{\sqrt[a]{x^{a^3+3}}}{\sqrt[a]{x^3}}}$$

$$K = x^a \cdot \sqrt[a]{x^{a^2} \cdot \sqrt[a]{x^{a^3}}}$$

$$K = x^a \cdot \sqrt[a]{x^{a^2} \cdot x^{a^3}}$$

$$K = x^a \cdot \sqrt[a]{x^{2a^2}} = x^a \cdot x^{2a}$$

$$K = x^{a+2a} = x^{3a}$$

∴ Exponente final = 3a.

**Rpta.: D****Resolución 79:** En función de base cinco:

$$\sqrt{5}^{x-2} \cdot \sqrt[4]{5}^{3x} = \sqrt[8]{5}^{3(x+2)} \cdot \sqrt[16]{5}^{4(x+4)}$$

$$5^{\frac{x-2}{2}} \cdot 5^{\frac{3x}{4}} = 5^{\frac{3x+6}{8}} \cdot 5^{\frac{x+4}{4}}$$

$$5^{\frac{x-2}{2} + \frac{3x}{4}} = 5^{\frac{3x+6}{8} + \frac{x+4}{4}}$$

Por teorema:

$$\frac{x-2}{2} + \frac{3x}{4} = \frac{3x+6}{8} + \frac{x+4}{4}$$

Multipliquemos por ocho:

$$4x - 8 + 6x = 3x + 6 + 2x + 8$$

$$10x - 8 = 5x + 14$$

$$5x = 22$$

$$\therefore x = \frac{22}{5}$$

**Rpta.: B**

**Resolución 80:**

La ecuación es:  $x^{x^{n^{n+1}}} = n^n \sqrt[n]{n}$

Elevando a ambos miembros al exponente  $n^{n+1}$ :

$$\left(x^{x^{n^{n+1}}}\right)^{n^{n+1}} = \left(n^n \sqrt[n]{n}\right)^{n^{n+1}}$$

Reacomodando:

$$\left(x^{n^{n+1}}\right)^{x^{n^{n+1}}} = \left(n^n \sqrt[n]{n}\right)^{n^n \cdot n}$$

$$\left(x^{n^{n+1}}\right)^{\left(x^{n^{n+1}}\right)} = n^n$$

Por analogía tenemos:

$$x^{n^{n+1}} = n$$

$$\therefore x = n^{n^{n+1}} \sqrt[n]{n}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 81:**

La ecuación dada es:

$$4^x + \frac{5}{2} - \frac{9}{2^{2x}} = 0$$

$$4^x + \frac{5}{2} - \frac{9}{4^x} = 0$$

Hagamos  $4^x = m$ , luego:

$$m + \frac{5}{2} - \frac{9}{m} = 0$$

Efectuando tenemos:

$$2m^2 + 5m - 18 = 0$$

$$(2m + 9)(m - 2) = 0$$

Observe que  $4^x = m < 0$ , ahora:

$$m - 2 = 0 \rightarrow m = 2$$

Reponiendo la incógnita:

$$4^x = 2 \leftrightarrow 2^{2x} = 2^1$$

$$2x = 1 \leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Por condición se plantea:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{a} \leftrightarrow a = 2$$

$$\therefore a^{a+1} = 8$$

**Rpta.: C**

### Resolución 82:

La ecuación es:

$$\left(\frac{25}{49}\right)^{-x} \cdot \left(\frac{343}{125}\right)^{x-1} = \frac{7}{5}$$

Por definición:

$$\left(\frac{49}{25}\right)^x \cdot \left(\frac{7}{125}\right)^{x-1} = \frac{7}{5}$$

Por teoremas:

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{3x-3} = \frac{7}{5}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{5x-3} = \left(\frac{7}{5}\right)^1$$

$$5x - 3 = 1$$

$$\therefore x = \frac{4}{5}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 83:** La ecuación es:  $8 + 2^{3-x} = x \cdot 2^x + x$

$$8 + \frac{2^3}{2^x} = x \cdot 2^x + x$$

$$8 + \frac{8}{2^x} = x \cdot 2^x + x$$

Factorizando:  $\frac{8 \cdot 2^x + 8}{2^x} = x \cdot 2^x + x$

Simplificando:  $\frac{8 \cdot (2^x + 1)}{2^x} = x \cdot (2^x + 1)$

$$\frac{8}{2^x} = x \leftrightarrow 8 = x \cdot 2^x$$

Dando forma tenemos:

$$2 \cdot 2^2 = x \cdot 2^x$$

De donde notamos que:

$$x = 2$$

$$\therefore (x-1)^{(x+1)} = 1$$

**Rpta.: B**

**Resolución 84:** La ecuación es:  $\frac{3^{2x+2} + 3^{2x-1}}{3^{x-2} + 3^{x+1}} = 729$

Factorizando:  $\frac{3^{2x-1}(3^3 + 1)}{3^{x-2}(1 + 3^3)} = 729$

Simplificando:  $\frac{3^{2x-1}}{3^{x-2}} = 729$

$$\leftrightarrow 3^{x+1} = 3^6$$

Por teorema:  $x+1 = 6$

$$\therefore x = 5$$

**Rpta.: A**

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**Resolución 85:** La ecuación es:  $\left(\frac{1}{x^3}\right)^{\frac{1}{x^4}} = \left(\frac{1}{3x\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{x}}$

A bases iguales:  $\left[\left(\frac{1}{x}\right)^3\right]^{\frac{1}{x^4}} = \left(3x\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^{\frac{1}{x}}$

Por teorema:  $\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{x^4}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3x^2}}$

Por condición  $x > 1$ :

$$\frac{3}{x^4} = \frac{1}{3x^2}$$

$$9x^2 = x^4$$

$$9 = x^2 \leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

**Rpta.: E**

**Resolución 86:** La ecuación es:  $x\sqrt{\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16}} = x^2 - 2x + 1$

$$x\sqrt{\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16}} = (x-1)^2$$

Elevando al exponente  $x$  tenemos:

$$\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16} = (x-1)^{2x}$$

Por teorema:  $(x-1)^{x^2+1-2x} = 2^4$

$$(x-1)^{(x-1)^2} = 2^{2^2}$$

Por analogía:  $x-1 = 2 \rightarrow x = 3$

Se pide el valor:  $N = x^2 - x + 1$

$$N = (3)^2 - 3 + 1 = 9 - 3 + 1$$

$$\therefore N = 7$$

**Rpta.: C**

**Resolución 87:** Por condición tenemos:

$$x^x = 2$$

La expresión pedida:

$$N = x^{x^{1+2x} \cdot 1+x}$$

Reacomodando tenemos:

$$N = x^{x^{1+2x} \cdot x^x}$$

$$N = x^{x^{1+2x} \cdot 2}$$

$$N = x^{x^{1+4x}}$$

$$N = x^x \cdot x^{4x}$$

$$N = (x^x)^{(x^x)^4}$$

$$N = (2)^{(2)^4}$$

$$\therefore N = 2^{16}$$

**Rpta.: D**

**Resolución 88:** Por definición de exponente negativo y aplicando teorema, obtenemos:

$$E = \left[ \frac{\sqrt[xy]{\frac{x^y + y^x}{x^y \cdot y^x} + 1}}{\sqrt[xy]{\frac{1}{x^y \cdot y^x} + 1}} \right]^{xy} = \left[ \frac{\sqrt[xy]{x^y \cdot y^x \cdot (x^y + y^x) + 1}}{y^x + x^y} \right]^{xy} \cdot \left[ \sqrt[xy]{x^y \cdot y^x \cdot (x^y + y^x) + 1} \right]^{xy}$$

$$E = \left[ \frac{\sqrt[xy]{x^y \cdot y^x + 1}}{\sqrt[xy]{\frac{1}{x^y \cdot y^x} + 1}} \right]^{xy} = \left[ \frac{\sqrt[xy]{x^y \cdot y^x + 1}}{\frac{1}{\sqrt[xy]{x^y \cdot y^x}} + 1} \right]^{xy}$$

$$E = \left[ \sqrt[xy]{x^y \cdot y^x} \right]^{xy}$$

$$\therefore E = x^y \cdot y^x$$

**Rpta.: C**

**BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01****Resolución 89:** La expresión es:

$$N = \left[ \frac{x^{1+\frac{1}{x}} + x^{1-\frac{1}{x}}}{x + x^{\frac{1}{x}}} \right]^x$$

Factorizando:

$$N = \left[ \frac{x^{1-\frac{1}{x}} \cdot \left(x^{\frac{2}{x}} + 1\right)}{x^{1-\frac{2}{x}} \cdot \left(x^{\frac{2}{x}} + 1\right)} \right]^x$$

Simplificando:

$$N = \left[ x^{1-\frac{1}{x}-1+\frac{2}{x}} \right]^x$$

$$N = \left[ x^{\frac{1}{x}} \right]^x = x^x$$

$$\therefore N = x$$

**Rpta.: A****Resolución 90:** Sea:

$$K = \sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{16}} \cdot \sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{16}}$$

Teorema:

$$K = \sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{16}} \cdot \sqrt[5]{4} \sqrt{1 + \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{4} \sqrt[5]{16}}$$

Simplificando:

$$K = \sqrt[5]{4} \cdot (1 + \sqrt[5]{4}) \sqrt{4} \cdot \sqrt[5]{4} \cdot (1 + \sqrt[5]{4}) \sqrt{4} \sqrt[5]{16}$$

$$K = 1 + \sqrt[5]{4} \sqrt{4} \sqrt[5]{4} \cdot 1 + \sqrt[5]{4} \sqrt{4}$$

$$K = 1 + \sqrt[5]{4} \sqrt{4} \sqrt[5]{4} + 1$$

$$\therefore K = 4$$

**Rpta.: E****Resolución 91:** La ecuación es:

$$n+1 \sqrt[n+1]{\sqrt{2}-1} \cdot n-1 \sqrt[n-1]{\sqrt{2}+1} = {}^{24}\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$\text{Como } \sqrt{2}-1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}: n+1 \sqrt[n+1]{\frac{1}{\sqrt{2}+1}} \cdot n-1 \sqrt[n-1]{\sqrt{2}+1} = {}^{24}\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{n+1 \sqrt[n+1]{\sqrt{2}+1}} \cdot n-1 \sqrt[n-1]{\sqrt{2}+1} = {}^{24}\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

Homogenizando tenemos:

$$\frac{n-1}{n+1} \sqrt[n]{\sqrt{2}+1} = \sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

Por teoremas:

$$\frac{(n+1)(n-1)\sqrt[n]{\sqrt{2}+1}^{n+1}}{(n+1)(n-1)\sqrt[n]{\sqrt{2}+1}^{n-1}} = \sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

$$(n+1)(n-1)\sqrt[n]{\sqrt{2}+1}^{n+1-n+1} = \sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

$$(n^2-1)\sqrt[n]{\sqrt{2}+1}^2 = \sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

$$n^2-1\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} = \sqrt[24]{3+2\sqrt{2}}$$

Por analogía tenemos:

$$n^2 - 1 = 24 \leftrightarrow n^2 = 25$$

$$\therefore n = 5$$

**Rpta.: A**

**Resolución 92:** La ecuación dada es:

$$x^{2x^2-2x} = x+1$$

Por teorema tenemos:

$$\frac{x^{2x^2}}{x^{2x}} = x+1$$

$$x^{2x^2} = (x+1) \cdot x^{2x}$$

Multiplicando por  $x^2$ :

$$x^2 \cdot x^{2x^2} = x^2 \cdot (x+1) \cdot x^{2x}$$

Reacomodando tenemos:

$$x^2 \cdot x^{2x^2} = (x+1) \cdot x^{2x} \cdot x^2$$

$$x^2 \cdot x^{2x^2} = (x+1) \cdot x^{2x+2}$$

Dando forma tenemos:

$$(x^2) \cdot [x^2]^{(x^2)} = (x+1) \cdot [x^2]^{(x+1)}$$

**BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01**

Por analogía tenemos:

$$x^2 = x + 1$$

Al dividir entre  $x$ :  $x = 1 + \frac{1}{x}$

$$x = 1 + x^{-1}$$

$$x - x^{-1} = 1$$

Elevando al cuadrado:

$$x^2 + x^{-2} - 2 = 1$$

$$\therefore x^2 + x^{-2} = 3$$

**Rpta.: C**

**Resolución 93:** La ecuación dada es:

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8} \left( \sqrt[3]{8}^4 \right)^{1+3\sqrt{2}}$$

Por teorema tenemos:

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8} \left( \sqrt[3]{8}^4 \right)^{1+3\sqrt{2}}$$

Simplificando obtenemos:

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{2^{1+3\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{2 \cdot 2^{3\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{2^{3\sqrt{2}}}$$

Rescribiendo tenemos:

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{8^{\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{(\sqrt{8}^2)^{\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{\sqrt{8}^{2\sqrt{2}}}$$

$$x^{x^x} = \sqrt[4]{8}^{\sqrt{8}^{\sqrt{8}}}$$

Por analogía:

$$x = \sqrt[4]{8}$$

$$\therefore x^2 = 8$$

**Rpta.: D**

**Resolución 94:** La ecuación dada es:

$$\sqrt{x} \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x^4} \cdot \dots \text{"x" Radicales} = 4^{96}$$

Por teorema tenemos:

$$\sqrt{x} \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x^4} \cdot \dots \text{"x" Factores} = 4^{96}$$

Simplificando se consigue:

$$x^x \cdot x^x \cdot x^x \cdot \dots \text{"x" Factores} = 4^{96}$$

Por definición tenemos:

$$(x^x)^x = 4^{96}$$

$$x^{x^2} = (2^2)^{32 \cdot 3}$$

Reacomodando tenemos:

$$x^{x^2} = (2^3)^{2 \cdot 32}$$

$$x^{x^2} = 8^{64} = 8^{8^2}$$

Por analogía obtenemos:

$$x = 8$$

$$\therefore \sqrt[3]{x} = 2$$

**Rpta.: C**

**Resolución 95:** Sea "K" el límite del segundo miembro, luego:

$$\frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}} = K \leftrightarrow \frac{2}{2 + K} = k$$

$$\text{De donde tenemos: } 3 = 2K + K^2$$

Con lo cual obtenemos:

$$K = 1$$

Ahora la ecuación dada será:

$$3 - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 1$$

De donde podemos notar que:

$$\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 2$$

En el límite se tendrá:

$$\sqrt{x+2} = 2 \leftrightarrow x+2 = 4$$

$$\therefore x = 2$$

**Rpta.: E**

**Resolución 96:** Analicemos a la expresión del primer miembro de la ecuación:

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{2^2 - (2+1)}{2^1}} \dots\dots\dots(1)$$

$$\sqrt{x \sqrt{x^2}} = x^{\frac{4}{4}} = x^{\frac{2^3 - (2+2)}{2^2}} \dots\dots\dots(2)$$

$$\sqrt{x \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}} = x^{\frac{11}{8}} = x^{\frac{2^4 - (2+3)}{2^3}} \dots\dots\dots(3)$$

⋮

Para "n" radicales el exponente será:

$$\frac{2^{n+1} - (2+n)}{2^n}$$

Por condición se plantea:

$$\frac{2^{n+1} - (n+2)}{2^n} = \frac{2^{26} - 1}{2^{25}}$$

Dando forma al segundo miembro:

$$\frac{2^{n+1} - (n+2)}{2^n} = \frac{(2^{26} - 1)(2^5)}{2^{25} \cdot 2^5}$$

$$\frac{2^{n+1} - (n+2)}{2^n} = \frac{2^{31} - 2^5}{2^{30}}$$

$$\frac{2^{n+1} - (n+2)}{2^n} = \frac{2^{31} - 32}{2^{30}}$$

$$\therefore n = 30$$

**Rpta.: B**

**Resolución 97:** Hallemos el límite de cada uno de los miembros, puesto que estos son iguales:

Para el primer miembro si el límite es "K", se plantea:

$$x^{1+K} = K \rightarrow x = \sqrt[1+K]{K} \dots\dots\dots(1)$$

Para el segundo miembro si el límite es "K", se plantea:

$$\sqrt[5]{\frac{x^5}{K}} = K \rightarrow x = \sqrt[5]{K^3} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{Igualando (1) y (2): } \sqrt[1+K]{K} = \sqrt[5]{K^3} \leftrightarrow K^{\frac{1}{1+K}} = K^{\frac{3}{5}}$$

Por teorema se cumple:

$$\frac{1}{1+K} = \frac{3}{5} \leftrightarrow 5 = 3 + 3K$$

$$2 = 3K \leftrightarrow 3K = 2$$

$$K = \frac{2}{3}$$

$$\text{Finalmente en (2): } x = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \sqrt[5]{\frac{8}{27}}$$

$$\therefore CS = \left\{ \sqrt[5]{\frac{8}{27}} \right\}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 98:** Sea:

$$G = \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{8x} \cdot \sqrt[8]{11x} \dots\dots$$

$$G = 2 \cdot \sqrt[5]{x} \cdot 5 \cdot \sqrt[8]{x} \cdot 8 \cdot \sqrt[11]{x} \dots\dots$$

$$G = x^{\frac{1}{2 \cdot 5}} \cdot x^{\frac{1}{5 \cdot 8}} \cdot x^{\frac{1}{8 \cdot 11}} \dots\dots$$

$$G = x^{\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11}} \dots\dots\dots(1)$$

Sea "E" el exponente límite de x en la expresión G, luego:

$$E = \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots\dots$$

$$\text{Multiplicando por 3: } 3E = \frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{3}{8 \cdot 11} + \dots\dots$$

Rescribiendo:

$$3E = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11}\right) + \dots$$

se anula

$$3E = \frac{1}{2} \rightarrow E = \frac{1}{6} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$G = x^{\frac{1}{6}}$$

$$\therefore G = \sqrt[6]{x}$$

**Rpta.: C**

### Resolución 99:

Si "K" es el equivalente de la expresión, esta se puede representar así:

$$K = \frac{1}{\sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{x^5} \sqrt[3]{x^7} \dots} = \frac{1}{x^E} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Observa que si "E" es el exponente de x en el denominador, se tiene:

$$E = \frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \frac{7}{3^4} + \dots \quad \dots\dots\dots (2)$$

Multiplicando por 3 obtenemos:

$$3E = 1 + \frac{3}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{7}{3^3} + \frac{9}{3^4} + \dots \quad \dots\dots\dots (3)$$

Restando (2) de (3) tenemos:

$$3E - E = 1 + \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{5}{3^2} - \frac{3}{3^2}\right) + \left(\frac{7}{3^3} - \frac{5}{3^3}\right) + \dots$$

$$2E = 1 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots$$

Por suma límite

$$2E = 1 + \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$2E = 1 + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$2E = 1 + 1$$

$$2E = 2 \rightarrow E = 1$$

.....(4)

Reemplazando (4) en (1):

$$K = \frac{1}{x}$$

$$\therefore K = x^{-1}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 100:** La ecuación dada es:  $\sqrt[a]{b} \cdot \sqrt[b]{a} = \sqrt[8]{2^{7\sqrt{2}}}$

Rescribiendo tenemos:

$$\sqrt[a]{\sqrt[a^a]{b^a}} \cdot \sqrt[b]{b^b} = \sqrt[4]{\sqrt{2}^{7\sqrt{2}}}$$

Dando forma tenemos:

$$\sqrt[a]{\sqrt[a^a]{b^a}} \cdot \sqrt[b]{b^b} = \sqrt[4]{\sqrt{2}^{6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt[a]{\sqrt[a^a]{b^a}} \cdot \sqrt[b]{b^b} = \sqrt[4]{(\sqrt{2})^{3(2\sqrt{2})} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt[a]{\sqrt[a^a]{b^a}} \cdot \sqrt[b]{b^b} = \sqrt[4]{\sqrt{8}^{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$$

Como  $4 = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ , luego:

$$\sqrt[a]{\sqrt[a^a]{b^a}} \cdot \sqrt[b]{b^b} = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} \sqrt{\sqrt{8}^{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$$

En vista que  $a > b$ :  $a = \sqrt{8}$  y  $b = \sqrt{2}$

Finalmente tenemos:  $N = \frac{a+b}{a-b} = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}}$

$$N = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore N = 3$$

**Rpta.: B**

## PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Reducir:

$$\underbrace{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \dots \cdot \sqrt[3]{4}}_{15 \text{ factores}} + (-2^2)^5$$

- A) 0      B) 1      C) 16  
D) 64      E) 1024

2. Efectuar:

$$(-2^3)^2 - (-2^2)^3$$

- A)  $2^4$       B)  $2^5$       C)  $2^6$   
D)  $2^7$       E)  $2^8$

3. Calcular:

$$(-2)^2(2^{-2})(-2)^{-2} + 2^{-2}$$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 0  
D) 2      E) 4

4. Calcular:

$$8^{\frac{4}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{2}} \cdot 2^0 \cdot \sqrt[3]{4^6}$$

- A) 2      B) 4      C) 8  
D) 16      E) 32

5. Efectuar:

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 32^{-5^{-1}} \cdot \left(\frac{64}{9}\right)^{-2^{-1}} \cdot \sqrt{(-3)^2}$$

- A) -9      B) 9      C) 3  
D) -3      E) 1

6. Calcular:

$$\left[4^{-1} + 5 + \frac{7}{4} - 2(6^0)\right]^{-2^{-1}}$$

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\sqrt{5}$       C) 3  
D)  $\sqrt{5}^{-1}$       E) 5

7. Calcular:

$$\left[0,5 + \sqrt[4]{16} + 3(2^{-1}) - 3(-5^0)^0\right]^4$$

- A) 0      B) 1      C) 16  
D) 32      E) 64

8. Reducir:

$$(-4)^{-2} - (-2)^{-3} + (-2)^{-4}$$

- A) 0,25      B) 0,5      C) 1  
D) 2      E) 4

9. Calcular:

$$\frac{(-0,2)^{-2} - (-0,5)^{-5}}{25^{0,5} + (-32)^{0,2}}$$

- A) 57      B) 31      C) 23  
D) 19      E) 11

10. Reducir:

$$256^{8^{-3^{-1}}} - 81^{4^{-2^{-1}}}$$

- A) 1      B) 3      C) 5  
D) 7      E) 9

11. Simplificar:  $\frac{2^{x+2} + 2^{x-1}}{2^{x-2} + 2^{x+1}}$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1  
D) 2      E) 4

12. Calcular:  $\sqrt{\frac{2\sqrt{2\sqrt{2}}}{8\sqrt{8}}}$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $2\sqrt{2}$       C) 2  
D) 4      E) 1

13. Simplificar:

$$\frac{\sqrt[4]{8\sqrt[3]{8\sqrt[4]{8}}}}{\sqrt[4]{8\sqrt[3]{8\sqrt{2}}}}$$

- A) 0,25      B) 0,5      C) 1  
D) 2      E) 3

14. Mostrar el equivalente de:

$$\sqrt[4]{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \sqrt[4]{\frac{4}{3}}$$

- A) 1      B)  $\sqrt{12}$       C)  $\sqrt{\frac{4}{3}}$   
D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

15. Efectuar:  $\frac{\sqrt[4]{2\sqrt[5]{16}}}{\sqrt[5]{2\sqrt[4]{32}}}$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1  
D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{1}{3}$

16. Calcular:

$$\frac{2^{16} \cdot 16^2}{8^8} + \frac{18^3 \cdot 12^6}{36^4 \cdot 9^2}$$

- A) 129      B) 257      C) 513  
D) 255      E) 127

17. Efectuar:

$$\left(9^{\frac{m}{\sqrt{3^{m-12}}}} \cdot \frac{m}{\sqrt{3^{m+4}}}\right)^{1/3}$$

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{9}$       C) 1  
D) 3      E) 9

18. Proporcionar el equivalente de:

$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{2\sqrt{32}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{3\sqrt{27}}}$$

- A) 6      B) 12      C) 24  
D) 36      E) 72

19. Calcular:

$$\left(\sqrt[2]{2\sqrt[4]{4}}\right)^{\left(\sqrt[2]{2}\right)^{\left(\sqrt[4]{4}-1\right)}}$$

- A) 0,25      B) 2      C) 4  
D) 0,5      E) 16

20. Calcular:

$$\left(2^{\sqrt[2]{2}+1} \sqrt[4]{4\sqrt[2]{\sqrt[8]{8}}}\right)^{2\sqrt[2]{2}}$$

- A)  $\sqrt{8}$       B)  $\sqrt{2}$       C)  $2^0$   
D) 2      E) 4

21. Reducir:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{2a-1} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{a+1} \cdot a^{2-a} \cdot (a^3)^{\frac{1}{2}}$$

- A)  $a^3$       B)  $a^0$       C)  $a^2$   
D)  $a$       E)  $a^{-1}$

22. Calcular:

$$-14 \cdot (49)^{-0,5} + 12 \cdot (36)^{2^{-1}} + 2 \left(\frac{125}{8}\right)^{-9^{-0,5}}$$

- A) 0,8      B) 5      C) 75  
D) 70,8      E) 1

23. El equivalente de:

$$E = m^2 \sqrt{\frac{5^{2m^2+1} + 45(25^{m^2})}{50^{2m^2+1}}}; \text{ es:}$$

- A) 0,9      B) 0,1      C) 10  
D) 0,01      E) 100

24. Luego de resolver:  $3^{4^{2^3}} = 81^{2^6}$ 

Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{x^2 + 5}$$

- A) 3      B) 5      C) 2  
D) 1      E) 0

25. Calcular:

$$\left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \right\}^{0,5}$$

- A) 7      B) 5      C) 3  
D) 4      E) 2

26. El equivalente en cada columna:

Columna A

Columna B

$$\frac{81^6 \cdot 27^{10}}{9^{26}}$$

$$\frac{24^{10} \cdot 18^8 \cdot 36^6}{54^{10} \cdot 48^6 \cdot 8^5}$$

- A) A es mayor que B  
B) A es menor que B  
C) A es igual a B  
D) ¡No utilizar esta opción!  
E) No se puede determinar

27. Si:  $a^b = 3$ . Calcular:

$$\frac{a^{4b} - 1}{a^{-b} + 1}$$

- A) 80      B) 60      C) 40  
D) 20      E) 30

28. Simplificar:

$$\sqrt[m]{\frac{24^m - 12^m + 15^m}{2^{4m} - 2^{3m} + 10^m}}; m \in \mathbb{N} / m \geq 2012$$

- A) 1      B) 1,5      C) 2  
D) 2,5      E) 3,5

29. Marcar verdadero (V) o falso (F):

I.  $\forall a \in \mathbb{R} : a^0 = 1$ , es una definición.II.  $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} : a^{-1} = \frac{1}{a}$ , es un teorema.III.  $\forall a \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{a^2} = a$ , es una propiedad.

- A) VFV      B) FVF      C) FVV  
D) FFV      E) FFF

30. Simplificar:

$$\frac{x[x^2(x^3)^{-2}]^2}{x^{-3 \cdot 2^2} \cdot (x^{-3})^{2^2} \cdot x^{(-3)^2}}; x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

- A)  $x^{13}$       B)  $x^{12}$       C)  $x^{11}$   
D)  $x^{10}$       E)  $x^5$

31. Si:  $x^n y^m = 10^n$

$$x^m y^n = 10^m$$

Calcular:  $(x y)^{\frac{x}{y}}$

- A)  $10^{10}$       B)  $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$       C)  $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$   
D)  $\frac{1}{10}$       E)  $\sqrt{10}$

32. Si:  $a, b, c, d \wedge x \in \mathbb{R}^+ - \{1; 2; 3; 4\}$ .

Efectuar:

$$abcd \sqrt[a]{x} \cdot \sqrt[b]{x^{a-1}} \sqrt[c]{x^{b-1}} \sqrt[d]{x^{c-1}} \sqrt[d]{x^{d-1}}$$

- A)  $x$       B)  $x^{-1}$       C)  $\sqrt{x}$   
D)  $x^{abcd}$       E)  $\sqrt[abcd]{x^4}$

33. Si:  $x > 2011$ . Reducir:

$$\left[ 8^{2x} \sqrt[2x]{\left[ \sqrt[2x]{x^{2^{2x+2}}} \right]^{2^{x-x-1}}} \right]^{2^{x-x-1}}$$

- A) 1      B)  $x$       C)  $x^2$   
D)  $x^{-1}$       E)  $x^{-2}$

34. Si el exponente final de  $x$  en:

$$\sqrt[9]{\sqrt[9]{\sqrt[9]{\sqrt[9]{\sqrt[9]{\frac{1}{x^8}}}}}}}$$

Asume la forma:  $-\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ),

calcular: " $a - b$ "

- A) 21      B) -21      C) 31  
D) -31      E) -1.

35. Sabiendo que:  $a^b = 2 \wedge b^a = 3$ .

Calcular el valor de:  $a^{b^{a+1}} + b^{a^{b+1}}$

- A) 5      B) 17      C) 72  
D) 35      E) 97

36. Si al reducir:

$$\sqrt{x^3} \sqrt{x^3} \sqrt{x^3} \dots \text{"n" radicales}$$

Se obtiene:  $\sqrt[n]{x^{468}}$ . Calcular:  $n^2$

- A) 4      B) 9      C) 16  
D) 25      E) 36

37. Para determinar el valor numérico de:

$$\frac{5^{x+2n} + 5^{x+n}}{5^{x+n} + 5^x}; x \in \mathbb{R}$$

Se dan los siguientes datos:

- I.  $n = 2011$       II.  $x + n = 2012$

- A) I es suficiente y II no lo es.  
B) II es suficiente y I no lo es.  
C) Es necesario utilizar I y II a la vez.  
D) Cada dato por separado es suficiente.  
E) Es necesario más datos.

38. Si:
- $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{y}$
- ;
- $x \neq y$
- . Calcular:

$$E = (y^{y^2} \cdot x^{-1}) \cdot \sqrt[n]{x^x}$$

- A) x                      B) y                      C) 1  
D)  $x^{-1}$                       E)  $x^x$

39. Simplificar:

$$\frac{(243)^{-0,20} + (-64)^{-3^{-1}}}{(2^{-1})^{3^{20}} - 3^{-10} \cdot 9^{-2^{-1}}}$$

- A) 0                      B) 5                      C) 6  
D) 15                      E) 21

40. Calcular:

$$\sqrt[4^{-2^{-1}}]{\frac{3^{m^2} + 3 \cdot 3^{m^2+1} - 12 \cdot 3^{m^2-1}}{3^{m^2+3} - 2 \cdot 3^{m^2+2} - 24 \cdot 3^{m^2-1}}}; m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

- A) 2                      B) 4                      C) 6  
D) 36                      E) 216

41. El valor de la letra incógnita:

$$\begin{array}{cc} \text{Columna A} & \text{Columna B} \\ 4^{8^{x-1}} = \sqrt{2^{4^{x+1}}} & 9^{\sqrt{2}^{x-2}} = \sqrt[4]{3^{8^{1-x}}} \end{array}$$

- A) A es mayor que B.  
B) A es menor que B.  
C) A es igual a B.  
D) ¡No utilizar esta opción!  
E) No se puede determinar.

42. Sabiendo que:
- $C^{D^E} = A$
- ;
- $C^{B^A} = E^{D^E}$

Reducir:  $A^{B^{C^D}}$ 

- A) A                      B) B                      C) C  
D) D                      E) E

43. Si el exponente final de "
- $x$
- " en:

$$\sqrt{x \sqrt{x^2 \sqrt{x^3 \dots \sqrt{x^n}}}}$$

es:  $\frac{120}{2^n}$ . ¿Cuál es el valor de " $n$ "?

- A) 3                      B) 4                      C) 5  
D) 6                      E) 7

44. Si:
- $5^{x-1} = 2^{1-x}$
- . Calcular el valor de:

$$x^2 - x + 1$$

- A) 5                      B) 4                      C) 3  
D) 2                      E) 1

45. Qué valor asume:
- $\frac{x+1}{x}$
- si "
- $x$
- " verifica:

$$4^{x+2} + 4^{x+4} + 4^{x+5} - 81 = 0$$

- A) -2                      B) -1                      C) 0,5  
D) 1                      E) -0,5

46. Sabiendo que "
- $m$
- " verifica:

$$(0,000125)^{2m-5} = \frac{4^{1-m} + 5^{1-m} + 400^{1-m}}{4^{m-1} + 5^{m-1} + 20^{1-m}}$$

Cuánto debemos de aumentarle para que sea igual a 3.

- A) 0,2                      B) 1,2                      C) 2,2  
D) 3,2                      E) 0

47. Si:
- $m + n = mn$
- . Calcular el valor de:

$$\frac{\sqrt[n]{2^m} + \sqrt[m]{2^n}}{2^m + 2^n}$$

- A) 2                      B) 0,25                      C) 4  
D) 0,125                      E) 0,5

48. El valor de "x" que verifica:  $x^8 = \frac{9}{3^{-1}}$

A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{9}$       C)  $\frac{1}{27}$   
D)  $\frac{1}{81}$       E)  $\frac{1}{243}$

49. A partir de:  $(2\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}} + \sqrt[3]{y} \sqrt[3]{y}$ . Calcular el

valor numérico de:  $\frac{2\sqrt{xy} + 4x}{5y - 2\sqrt{xy}}$

A) 1      B) 0,5      C) 0,25  
D) 0,2      E) 0,125

50. El equivalente de:

$$\frac{3 + \left( \sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{4 + \dots}}} \right)^2}{1 + \left( \sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{4 + \sqrt[3]{4 + \dots}}} \right)^{-1}}; \text{ es}$$

A) 2      B) 3      C) 4  
D) 8      E) F.D.

51. Simplificar:

$$\frac{\left( \frac{a+b+c}{a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}} \cdot \sqrt[3]{x^{(ab)^{-1}} \cdot x^{(bc)^{-1}} \cdot x^{(ac)^{-1}}} \right)^{\frac{abc}{1-abc}}}{\sqrt[3]{x^{ab} \cdot x^{bc} \cdot x^{ac}}}$$

A) 1      B)  $x^{abc}$       C)  $x^{abc-1}$   
D) x      E)  $x^{abc+1}$

52. El equivalente de:

$$\sqrt[n]{\frac{(x^n)^{(x+1)^2} + x^{(n+1)^3}}{\left( \frac{(n+1)^2}{x-2} \right)^n + \frac{(n+1)^2(n+2)}{x}}}; \text{ es:}$$

A)  $x^{n^2}$       B)  $x^{(n+1)^2}$       C)  $x^{2n}$   
D)  $x^{n+1}$       E)  $x^n$

53. El exponente de "x" del equivalente de:

$$\sqrt{x \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[5]{x^4} \dots \dots \dots "n" \text{ Radicales}}$$

A)  $\frac{1}{n}$       B)  $1 - \frac{1}{n}$       C)  $\frac{n-1}{n}$   
D)  $1 - \frac{1}{n+1}$       E) 1

54. Halle "x" en:  $x^{\frac{125}{\sqrt{x}}} = \left( \frac{3}{5} \right)^{-1}$

A)  $5^{25}$       B)  $5^{-25}$       C)  $5^{625}$   
D)  $5^{-625}$       E)  $5^{125}$

55. Qué valor de "x" verifica:

$$\sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x} = 5$$

A)  $\sqrt[5]{5}$       B)  $\sqrt[5]{25}$       C)  $\sqrt[5]{125}$   
D)  $2\sqrt[5]{5}$       E)  $\sqrt{5}$

56. Si:  $\sqrt[3]{3^b} \sqrt[3]{3^c} = \sqrt{27}$ . Calcular:

$$3a - c \sqrt{\frac{25^c}{15625^{a-b}}}$$

A) 25      B) 5      C) 0,2  
D) 125      E) 0,04

57. La suma de todos los valores de "n" que verifican:

$$\frac{n-1}{n-2} \sqrt[n]{b^{n-2}} = \frac{n+3}{2} \sqrt[n]{b^{n+1}}$$

A) 5      B) 0,2      C) 25  
D) 0,04      E) 125

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

58. Luego de resolver:  $(x+2)^{2x+3} = 2$ . El valor numérico de:  $\sqrt[3]{4x-1}$ ; es:

A) -4      B) 0,25      C) -2  
D) 0,5      E) -8

59. Encontrar el valor de "x" si:

$$x^{\frac{x+1}{\sqrt{16^{16}}}} = x^{(x+1)^2}$$

A) 0,5      B) 0,25      C) 4  
D) 2      E) 0,125

60. Cuál es el valor de "x" que verifica:

$$(x+1)^{x+2} = \left(\frac{x+1}{2}\right)^{-x^{-1}}$$

A)  $\sqrt{2}-1$       B)  $\sqrt{2}+1$       C)  $2\sqrt{2}$   
D)  $1-\sqrt{2}$       E)  $3\sqrt{2}$

61. La diferencia de los valores permisibles para "x" en:  $3(3^x+1) = 10\sqrt{3}^x$

A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

62. Qué valor de "x" verifica:

$$x^x = \left(\sqrt[4]{2}^{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}^{\sqrt[4]{2}}\right)^{\left(\sqrt[4]{2}+1\right)^{-1}}$$

A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt[4]{2}$       C)  $\sqrt{8}$   
D)  $2\sqrt{3}$       E)  $2\sqrt[4]{2}$

63. El valor de "x" que satisface:

$$\left(2\sqrt{2^{x+\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}-1} = 8^{3^{-1}}$$

A)  $\sqrt{2}$       B)  $2\sqrt{2}$       C)  $4\sqrt{2}$   
D)  $\sqrt[4]{2}$       E)  $\sqrt[4]{8}$

64. Halle "x" en:  $x^{x^{12}} = 3^{\sqrt[3]{9}^{-1}}$

A)  $\sqrt[3]{3}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt[3]{9}$   
D)  $\sqrt[3]{3}$       E)  $\sqrt{27}$

65. Si:  $x = \sqrt[7]{7}^{\sqrt[7]{7}^{-1}}$ . El valor reducido de:

$$(x^7)^x + x^{7x} + (x^x)^7$$

A) 7      B) 14      C) 21  
D) 49      E) 28

66. Si se verifica:

$$x+y \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{\sqrt[3]{xy^{-1}}}\right)^{x^2}}{\frac{y}{\sqrt{x^{-1}y}}}} = \frac{3\sqrt{9}}{3}$$

Proporcionar el valor de:  $E = (y_{\min})^{(x_{\min})}$

A) 2      B)  $\frac{1}{2}$       C) 3  
D)  $\frac{1}{3}$       E) 6

67. Si:  $(x-2)^{(x^3-7)} = 1$ . Indica el valor de:

$$E = (y_{\min})^{(x_{\min})}$$

A)  $\sqrt{7}$       B) 7      C)  $\sqrt[3]{7}$   
D)  $\sqrt[4]{7}$       E) 14

68. Cuál es aquel valor de "x" diferente de la unidad que satisface:

$$x\sqrt{x}^{\sqrt{x}^{x+1}} = x\sqrt{x}^{-x}$$

A) 0,25      B) 2      C) 0,5  
D) 4      E) 0,125

69. Proporcionar el valor de:

$$E = \frac{2^x(2^{x-1}+1)}{x+1}$$

Sabiendo que:  $(2^4)^2 = (4^{25})^4$

- A) 2                      B) 0,5                      C) 4  
D) 0,25                      E) 8

70. A condición de:  $ab^{-1} + ba^{-1} = 1$ . Reducir:

$$\left( \sqrt[a]{\frac{a\sqrt{x^b}}{x}} \right)^b + \left( \sqrt[b]{\frac{b\sqrt{x^a}}{x}} \right)^a$$

- A)  $2x$                       B)  $\frac{2}{x}$                       C)  $x$   
D)  $\frac{1}{x}$                       E)  $x^2$

71. Si:  $x^{(x-1)^2} = 2x + 1$ ;  $x > 0$ . Qué valor adquiere:  $(x - x^{-1})^2$

- A) 4                      B) 8                      C) 16  
D) 32                      E) 2

72. Si: 
$$\begin{cases} x - \sqrt[5]{x+y} = 2 \sqrt[5]{2\sqrt[7]{11}} & \text{.....(I)} \\ (x+y)^7 = 11 \cdot 2^{7(x-y+1)} & \text{.....(II)} \end{cases}$$

Calcular: " $x - y$ "

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

73. Resolver:

$$x^{x^{x^3+3}} = 3^{9^4 \cdot 2^{-70}}$$

- A)  $\sqrt{6}$                       B)  $\sqrt{3}$                       C)  $\sqrt[3]{9}$   
D)  $\sqrt[3]{3}$                       E) 27

74. Qué valor se obtiene para  $E = x \cdot y$ .  
Luego de resolver:

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24 & \text{..... (I)} \\ 2^y \cdot 3^x = 54 & \text{..... (II)} \end{cases}$$

- A) 9                      B) 3                      C) 27  
D) 81                      E) 243

75. Si: 
$$\begin{cases} (mx)^{\sqrt[m]{x}} = m^{m-1} \sqrt[m]{m-1} & \text{.....(I)} \\ \left( \sqrt[m]{m} y \right)^{\sqrt[m]{y}} = m^{m-2} \sqrt[m]{m-1} & \text{.....(II)} \end{cases}$$

Calcular el valor: " $xy^{-1n}$ ".

- A)  $\sqrt[m]{m}^{1-m}$                       B)  $\sqrt[m]{m}^{m+1}$                       C)  $\sqrt[m]{m}$   
D)  $\sqrt[m]{m}^2$                       E)  $m^{-1}$

76. Proporcionar el valor de:  $E = \frac{a^2 + b^2}{ab}$

A partir de:

$$\begin{cases} \left( \frac{a+b}{a-b} \right)^{\frac{2}{a-b}} = 5^{1/ab} & \text{.....(I)} \\ (a^2 - b^2)(\sqrt[4]{5} + \sqrt[4]{5}) = 54(a^2 - b^2) & \text{.....(II)} \end{cases}$$

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3}{2}$                       C)  $\frac{5}{2}$   
D)  $\frac{7}{2}$                       E)  $\frac{9}{2}$

77. Resolver:  $2^{x+3} + 4^{x+1} = 320$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

78. Halle " $x$ " en:  $3^{x+1} + 3^{x-2} - \frac{15}{3^{x-1}} = \frac{247}{3^{x-2}}$

- A) 1                      B) 3                      C) 5  
D) 7                      E) 9

79. Si se cumple:  $4^{x+1} - 6^x = 2 \cdot 9^{x+1}$

Cuál es el valor de:  $\sqrt{2x^2 - 2}$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{2} + 1$   
D)  $\sqrt{6}$       E)  $\sqrt{8}$

80. Qué valor para "x" satisface:  $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x^4} = 9$

- A)  $\sqrt[3]{3}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt[3]{9}$   
D)  $\sqrt[3]{9}$       E)  $\sqrt[3]{3}$

81. Resolver:  $2^{x^0} \cdot 4^{x^{x+1}} \cdot 8^{x^{x+2}} = (2^{x^0} \cdot 4^{x^1} \cdot 8^{x^2})^4$

- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

82. Calcular "x" en:

$$\sqrt{5^x} \sqrt[3]{5^x} \sqrt[4]{5^x} = 25^{17}$$

- A) 24      B) 48      C) 12  
D) 36      E) 6

83. Si:  $(x-1)^{-(x-1)^x} = \sqrt[8]{8^{x-1}}$

Qué valor adquiere " $x^{x^x}$ "

- A)  $\frac{8}{9} \sqrt[8]{\frac{9}{8}}$       B)  $\frac{9}{8} \sqrt[8]{\frac{9}{8}}$       C)  $\sqrt[9]{\frac{9}{8}}$   
D)  $\frac{8}{9} \sqrt[8]{\frac{8}{9}}$       E)  $\sqrt[8]{\frac{8}{9}}$

84.Cuál es la menor raíz irracional " $x_0$ " que verifica:

$$(\sqrt{2}+1)^{x^2-2x+1} + (\sqrt{2}-1)^{x^2-2x-1} = 4 + 2\sqrt{2}$$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{2} - 1$       C)  $\sqrt{2} + 1$   
D)  $1 - \sqrt{2}$       E)  $-\sqrt{2}$

85. Si:  $2^{\frac{1-x}{2}} = \left(\sqrt[3]{3^x}\right)^3$ ;  $x \neq 1$ . Calcular el valor numérico de:  $E = \sqrt[2]{2}^{\left(\sqrt[3]{2}-1\right)^2}$

- A) 3      B) 4      C) 8  
D) 9      E) 16

86. Si se verifica:  $3x = (3\sqrt{x} + 1)^{x^{3/\sqrt{x}-3x+1}}$  proporcionar el valor de:  $E = 3x + (3x)^{-1}$

- A) 1      B) 15      C) 5  
D) 3      E) 9

87. Si:  $9^x - 4^x = 6^x$ . Indicar el valor de:  $E = x+1 \sqrt[3]{3^x(\sqrt{5}-1)}$

- A) 4      B) 8      C) 16  
D) 2      E) R.D.

88. Si se cumple:  $a^{n+1} = (2a)^n - (4a)^{n-1}$  Qué valor se obtiene para:  $\frac{n-1}{a} \sqrt{a}$

- A) 2      B) 0,5      C) 2n  
D) 4      E) 0,25

89. Si se cumple:  $11\sqrt{x} \sqrt{121x} = a\sqrt{2a}$

Proporcionar el valor de:  $E = \frac{33\sqrt{x}}{2a}$

- A)  $\frac{1}{3}$       B) 9      C)  $\frac{1}{9}$   
D) 3      E) 27

90. El equivalente de:  $(\sqrt[3]{\sqrt{x}})(\sqrt[7]{1\sqrt{x}})(\sqrt[11]{1\sqrt{x}}) \dots$

- A)  $\sqrt[6]{x}$       B)  $\sqrt[12]{x}$       C)  $\sqrt[4]{x}$   
D)  $\sqrt[3]{x}$       E)  $\sqrt[18]{x}$

- 91.Cuál es el exponente de "x" luego de reducir:

- A) 0,5  
B) -0,5  
C) 0,25  
D) -0,25  
E) 0,125

$$\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\frac{x^{10}}{x^7}}}}}} \cdot \sqrt[7]{\frac{x^4}{x}}$$

92. Indicar el exponente final de "x" al reducir:

- A) 8  
B) -8  
C) 6  
D) -6  
E) 2

$$\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\frac{x^{-10}}{x^{-7}}}}}}}} \cdot \sqrt[7]{\frac{x^{-5}}{x}}$$

93. Hallar "n" a partir de:

$$\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\frac{x^{-4}}{x^{-3}}}}}}}} \cdot \sqrt[7]{\frac{x^{-2}}{x^{-1}}} = 2^{1997} \sqrt[n]{x^{2^{1998}-1999}}$$

- A) 1995      B) 1996      C) 1997  
D) 1998      E) 1999

94. Calcular el valor de "n" para que la expresión:

$$\sqrt[n]{x + \sqrt[n]{x + \sqrt[n]{x + \dots "n" \text{ radicales}}}}$$

Se reduzca a:  $\sqrt[32]{x^{11}}$

- A) 3      B) 4      C) 5  
D) 6      E) 7

95. Si:  $x^{\sqrt{1/2}} \sqrt{x} = 2^{-1}$ . Calcular:

$$E = \sqrt{x-1} \sqrt{x\sqrt{2x}} + \sqrt{x-1} \sqrt{x\sqrt{2x}} \dots\dots$$

- A) 2      B) 0,25      C) 4  
D) 0,5      E) 0,3

96. Si el siguiente producto:

$x \cdot \sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[25]{x^7} \dots\dots "n" \text{ factores}$   
se reduce a la unidad. Qué valor adquiere la expresión:

$$\frac{12n}{(5^n - 1)}$$

- A) 7      B) 5      C) 4  
D) 3      E) 9

97. Calcular:

$$E = 3 + 7x^{-x} + 11x^{-2x} + 15x^{-3x} + \dots$$

A partir de:

$$(x+5)^x = 23x + 1 + \sqrt[x]{x} \sqrt[x]{x} \sqrt[x]{x} \dots\dots$$

- A)  $\frac{32}{9}$       B)  $\frac{51}{7}$       C)  $\frac{53}{7}$   
D)  $\frac{52}{9}$       E)  $\frac{61}{9}$

98. Resolver:  $4x = 3 \cdot \sqrt{x^{1-4x}} - 2$ ;  $x > 0$

- A) 0,125      B) 2      C) 0,5  
D) 4      E) 0,25

99. Si:  $x^x = \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{10-14\sqrt{2}}$

Calcular:  $2^x + x^2$

- A) 4      B) 2      C) 8  
D) 16      E) 32

100. Si se cumple:  $\sqrt[3]{y} \cdot \sqrt[3]{x} = 3^{-\sqrt{3}}$

Entonces un valor de:  $x^2 + 2y^2$ ; es:

- A) 5      B) 4      C) 3  
D) 2      E) 1

**CLAVES**

|    |   |
|----|---|
| 1  | A |
| 2  | D |
| 3  | B |
| 4  | E |
| 5  | B |
| 6  | D |
| 7  | B |
| 8  | A |
| 9  | D |
| 10 | D |
| 11 | D |
| 12 | A |
| 13 | D |
| 14 | A |
| 15 | C |
| 16 | B |
| 17 | E |
| 18 | B |
| 19 | B |
| 20 | D |
| 21 | B |
| 22 | D |
| 23 | D |
| 24 | A |
| 25 | A |

|    |   |
|----|---|
| 26 | B |
| 27 | B |
| 28 | B |
| 29 | C |
| 30 | E |
| 31 | A |
| 32 | A |
| 33 | B |
| 34 | E |
| 35 | B |
| 36 | C |
| 37 | A |
| 38 | A |
| 39 | C |
| 40 | D |
| 41 | A |
| 42 | D |
| 43 | E |
| 44 | E |
| 45 | C |
| 46 | A |
| 47 | E |
| 48 | C |
| 49 | B |
| 50 | C |

|    |   |
|----|---|
| 51 | E |
| 52 | B |
| 53 | E |
| 54 | D |
| 55 | C |
| 56 | B |
| 57 | A |
| 58 | C |
| 59 | D |
| 60 | A |
| 61 | D |
| 62 | B |
| 63 | A |
| 64 | D |
| 65 | C |
| 66 | C |
| 67 | B |
| 68 | C |
| 69 | C |
| 70 | B |
| 71 | A |
| 72 | E |
| 73 | D |
| 74 | C |
| 75 | A |

|     |   |
|-----|---|
| 76  | C |
| 77  | C |
| 78  | B |
| 79  | D |
| 80  | A |
| 81  | B |
| 82  | B |
| 83  | C |
| 84  | D |
| 85  | D |
| 86  | C |
| 87  | D |
| 88  | A |
| 89  | B |
| 90  | D |
| 91  | A |
| 92  | B |
| 93  | C |
| 94  | C |
| 95  | A |
| 96  | D |
| 97  | D |
| 98  | E |
| 99  | C |
| 100 | E |

# EXÁMENES DE ADMISIÓN UNT - UNMSM

UNI - 2000 - I

**PROBLEMA 01:** ¿Para qué valores de  $\alpha$  en la inecuación cuadrática siguiente se cumple que para todo  $x \in \mathbb{R}$ :  $x^2 + \alpha x - 2 < 2x^2 - 2x + 2$ ?

A)  $\alpha \in \langle -2; 6 \rangle$

B)  $\alpha \in \langle -10; -7 \rangle$

C)  $\alpha \in \langle -1; 3 \rangle$

D)  $\alpha \in \langle -15; -10 \rangle$

E)  $\alpha \in \langle -3; 6 \rangle$

**Resolución:**

Reescribiendo la inecuación:

$$x^2 - (\alpha + 2)x + 4 > 0$$

Por trinomios positivos:

$$Ax^2 + Bx + C > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{con } A, B, C \in \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow A > 0 \wedge B^2 - 4AC < 0$$

En nuestro caso se cumple que:

$$(\alpha - 2)^2 - 4(4) < 0$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - 12 < 0$$

$$(\alpha - 6)(\alpha + 2) < 0$$

$$\therefore \alpha \in \langle -2; 6 \rangle$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 02:** Sean P, Q dos polinomios dados por:

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d;$$

$$Q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1.$$

Si  $P(x) = Q(x-1)$  determine el valor de  $a + b + c + d$ .

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 5

**Resolución:**

Observamos que:  $P(x) \equiv Q(x - 1)$  es una identidad.

Ahora podemos evaluar para cualquier valor de  $x$ , evaluaremos para  $x = 1$ .

$$P(1) = Q(0)$$

$$a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + d = 2(0)^3 - 0^2 + 3(0) + 1$$

Entonces:

$$a + b + c + d = 0 - 0 + 0 + 1$$

$$\therefore a + b + c + d = 1$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 03:**

Sea la sucesión definida mediante:  $a_1 = \sqrt{2}$ ;  $a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$ . Podemos entonces afirmar que:

A)  $a_n$  converge para 0

B)  $a_n$  es decreciente.

C)  $a_n$  está acotada por 1.

D)  $a_n$  no converge.

E)  $a_n$  converge a 2.

**Resolución:**

De la sucesión:

$$a_1 = \sqrt{2} \wedge a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$$

Se tiene que:

$$(a_n) = \{\sqrt{2}; \sqrt{2 + \sqrt{2}}; \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}; \dots\}$$

Se observa que es una función creciente (monótona).

Hipótesis: La sucesión es acotada.

Aplicando inducción; probemos que:  $a_n < 2$ ;  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$a_1 = \sqrt{2} < 2$$

Supongamos que  $a_n < 2$ ; entonces:

$$2 + a_n < 4$$

$$\sqrt{2 + a_n} < 2$$

$$a_{n+1} < 2$$

Luego es acotada, entonces  $(a_n)$  es convergente; por ser monótona y acotada.

Sea  $\lim a_n = L$ , entonces:

$$L = \sqrt{2 + L}; L > 0$$

$$L^2 = 2 + L \rightarrow L = 2$$

$$\therefore (a_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge a } 2.$$

**Rpta.: E**

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**PROBLEMA 04:** Sean las funciones:

$$G = \{(3; 9), (4; 16), (5; 25), (6; 36)\}$$

$$G \circ F = \{(1; 9), (2; 16), (3; 25), (4; 36)\}$$

obtenga F.

- A)  $F = \{(1; 4), (2; 3), (3; 5), (4; 6)\}$       B)  $F = \{(1; 2), (2; 4), (3; 6), (4; 5)\}$   
 C)  $F = \{(1; 3), (2; 4), (4; 6), (5; 5)\}$   
 D)  $F = \{(1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 36)\}$       E)  $F = \{(1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6)\}$

**Resolución:**Como:  $G = \{(3; 9), (4; 16), (5; 25), (6; 36)\}$ 

Aplicando composición de funciones:

$$(G \circ F)(1) = 9 \rightarrow G(F(1)) = 9$$

$$\rightarrow F(1) = 3 \rightarrow (1; 3) \in F$$

$$(G \circ F)(2) = 16 \rightarrow G(F(2)) = 16$$

$$\rightarrow F(2) = 4 \rightarrow (2; 4) \in F$$

$$(G \circ F)(3) = 25 \rightarrow G(F(3)) = 25$$

$$\rightarrow F(3) = 5 \rightarrow (3; 5) \in F$$

$$(G \circ F)(4) = 36 \rightarrow G(F(4)) = 36$$

$$\rightarrow F(4) = 6 \rightarrow (4; 6) \in F$$

Finalmente tenemos que:

$$\therefore F = \{(1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6)\}$$

**Rpta.: E****PROBLEMA 05:** Sea  $A = \{1; 2; 3\}$ 

Determine el valor de verdad de las siguientes expresiones:

- I.  $\exists x \in A \forall y \in A / x^2 < y + 1$   
 II.  $\forall x \in A \exists y \in A / x^2 + y^2 < 12$   
 III.  $\exists x \in A \forall y \in A \exists z \in A / x^2 + y^2 < 2z^2$   
 IV.  $\exists x \in A \forall y \in A \forall z \in A / x^2 + y^2 < 2z^2$

- A) VFVV  
 D) FVVV

B) VVFV

- C) VVVF  
 E) VVVV

**Resolución:**

Demostrando cada proposición tenemos:

I.  $\exists x = 1; \forall y \in \{1; 2; 3\}$

Tal que:  $1 < y + 1 \leftrightarrow 0 < y$

Pues  $y \in \{1; 2; 3\}$

La proposición es verdadera (V).

II.  $\exists y = 1; \forall x \in \{1; 2; 3\}$

Tal que:  $x^2 + 1 < 12$

$\leftrightarrow x^2 < 11 \leftrightarrow -\sqrt{11} < x < \sqrt{11}$

Pues  $x \in \{1; 2; 3\}$

La proposición es verdadera (V).

III.  $\exists x = 1; \exists z = 3; \forall y \in \{1; 2; 3\}$

Tal que:  $1 + y^2 < 2(9)$

$\leftrightarrow y^2 < 17 \leftrightarrow -\sqrt{17} < y < \sqrt{17}$

Pues  $y \in \{1; 2; 3\}$

La proposición es verdadera (V).

IV.  $\exists x = 1; \exists y = 1; 1 + 1 < 2z^2$

$\leftrightarrow 1 < z^2 \leftrightarrow z > 1 \vee z < -1$

No cumple  $\forall z \in \{1; 2; 3\}$

Pues falla para  $z = 1$ .

La proposición es falsa (F).

$\therefore$  Secuencia correcta VVVV

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 06:** Indique si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados:

I. Si  $a \geq b > 0 \wedge c > d > 0$  entonces:  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ .

II. La suma de dos números irracionales puede ser un número racional.

III. Existe al menos un número  $p \in \mathbb{Z}^+$  tal que:  $p$ ;  $p + 2$ ;  $p + 4$  son primos.

IV. No existen números primos  $p$  y  $q$  tales que:  $p^2 - 2q^2 = 1$

A) FVVV

B) VVFV

C) VVVF

D) VFVV

E) VVFF

**Resolución:**

Desarrollemos los enunciados:

I.  $a \geq b \wedge c > d \rightarrow \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$

$$a \geq b \wedge \frac{1}{d} > \frac{1}{c}$$

Luego se cumple:  $a \cdot \frac{1}{d} > b \cdot \frac{1}{c}$

$$\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$$

El enunciado es verdadero.

II. Ejemplo:  $\underbrace{(\sqrt{2} + 1)}_{\text{irracional}} + \underbrace{(1 - \sqrt{2})}_{\text{irracional}} = \underbrace{2}_{\text{racional}}$

El enunciado es verdadero.

III. Si existe por ejemplo para  $p = 3$ .

3; 5; 7 son primos.

El enunciado es verdadero.

IV. Si  $p=3$  y  $q=2$  siendo  $p$  y  $q$  primos entonces:

$$p^2 - 2q^2 = 1$$

$$(3)^2 - 2(2)^2 = 1$$

El enunciado es falso

$\therefore$  Secuencia correcta: VVVF

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 07:** Si  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ , halle el valor de:

$$\begin{vmatrix} a+2 & b \\ c+2 & d \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix}$$

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

**Resolución:**

Por dato:  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$

Aplicando la definición de discriminante:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = 2$$

Nos piden:

$$\begin{vmatrix} a+2 & b \\ c+2 & d \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix}$$

Resolviendo:

$$(a+2)d - (c+2)b + 2(b-d)$$

$$\begin{vmatrix} a+2 & b \\ c+2 & d \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\therefore \begin{vmatrix} a+2 & b \\ c+2 & d \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix} = 2$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 08:**

Sea:  $E = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$

Entonces la expresión racionalizada es:

A)  $\frac{(\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{30})}{12}$     B)  $\frac{(\sqrt{15} + \sqrt{18} - \sqrt{30})}{18}$     C)  $\frac{(\sqrt{12} - \sqrt{18} + \sqrt{30})}{12}$

D)  $\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{18} + \sqrt{30})}{18}$     E)  $\frac{(\sqrt{12} + \sqrt{15} - \sqrt{30})}{12}$

**Resolución:**

Racionalizando convenientemente se tiene:

$$E = \left[ \frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}} \right] \left[ \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{5}} \right]$$

$$E = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5}$$

$$E = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$$

Racionalizando de nuevo tenemos:

$$E = \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{6}} \right) \left( \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \right)$$

$$\therefore E = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{30}}{12}$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 09:** Sean los polinomios:

$P(x) \equiv ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $Q(x) \equiv ax^2 + d$  y  $R(x) \equiv ax + b$ .  
Si  $P(0) = 2$ ;  $Q(1) = R(2) = 1$ ; halle  $x$  tal que  $R(x) = 0$

A) -3

B) -1

C) 0

D) 1

E) 3

**Resolución:**

Tenemos que:  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Del dato:  $P(0) = 2$

$$\rightarrow P(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 2$$

Por lo tanto  $d = 2$

Además, sabemos que:

$$Q(1) = a + d = 1 \rightarrow a = 1 - d$$

Reemplazando:  $\rightarrow a = -1$

$$R(2) = 2a + b = 1 \rightarrow b = 1 - 2a$$

Reemplazando:  $\rightarrow b = 3$

Entonces:  $R(x) = ax + b = -x + 3$

Pero, por dato:  $R(x) = 0$

$$\therefore x = 3$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 10:** El conjunto solución de la inecuación:

$$\log_{1/3}(2x^2 + 1) < -2 \text{ es:}$$

A)  $|x| > 2\sqrt{2}$

B)  $|x| > 2$

C)  $|x| > \sqrt{2}$

D)  $|x| < 2\sqrt{2}$

E)  $|x| < 2$

**Resolución:**

Tenemos que:  $\log_{1/3}(2x^2 + 1) < -2$

Resolviendo la inecuación:

I. Hallamos el conjunto de valores admisibles (CVA).

$$CVA = 2x^2 + 1 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

II. Ahora le damos forma a la inecuación:

$$\log_{1/3}(2x^2 + 1) < \log_{1/3}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

Como la base es menor que uno, por propiedad:

$$2x^2 + 1 > \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow 2x^2 + 1 > 9$$

$$x^2 > 4$$

$$\therefore |x| > 2$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 11:** Sea:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

entonces  $N^5$  es:

A)  $\begin{pmatrix} \alpha^5 & 0 \\ \alpha & \alpha^5 \end{pmatrix}$

B)  $\begin{pmatrix} 0 & -\alpha^5 \\ \alpha^5 & 0 \end{pmatrix}$

C)  $\begin{pmatrix} \alpha^5 & 0 \\ 0 & -\alpha^5 \end{pmatrix}$

D)  $\begin{pmatrix} 0 & \alpha^5 \\ -\alpha^5 & 0 \end{pmatrix}$

E)  $\begin{pmatrix} 0 & \alpha^5 \\ \alpha^5 & 0 \end{pmatrix}$

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**Resolución:** Tenemos que:  $N = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Asumiendo que:  $X = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Luego, lo pedido es:  $N^5 = (\alpha X)^5 = \alpha^5 X^5 \dots\dots(1)$

Busquemos las potencias de la matriz X.

$$X^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow X^2 = -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -I$$

De aquí aplicamos criterios hasta encontrar lo pedido.

$$X^2 = -I$$

$$X^3 = X^2 \cdot X = -I \cdot X = -X$$

$$X^4 = X^2 \cdot X^2 = -I \cdot -I = I$$

$$X^5 = X^4 \cdot X = I \cdot X = X$$

Reemplazando en (1) tenemos:

$$N^5 = \alpha^5 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore N^5 = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha^5 \\ \alpha^5 & 0 \end{pmatrix}$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 12:** ¿Para qué valores de k el sistema de ecuaciones:

$$x + ky = 3$$

$$kx + 4y = 6$$

tiene solución única?

A)  $k \neq -2$ ;  $k \neq 3$

B)  $k \neq -2$ ;  $k \neq 2$

C)  $k \neq -3$ ;  $k \neq 3$

D)  $k \neq -3$ ;  $k \neq 2$

E)  $k \neq -2$ ;  $k \neq -3$

**Resolución:** Podemos aplicar la regla de Cramer:

$$\Delta_s \cdot X_i = \Delta_{X_i}$$

Donde:  $\Delta_s$  = Discriminante del sistema

$\Delta_{X_i}$  = Discriminante de la solución i.

Luego, para que el sistema tenga solución única, debe cumplir que:

$$\Delta_s \neq 0$$

Entonces:  $\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & k \\ k & 4 \end{vmatrix} \neq 0$

Resolviendo:  $4 - k^2 \neq 0$   
 $(2 - k)(2 + k) \neq 0$   
 $\therefore k \neq 2 \vee k \neq -2$

**Rpta.: B**

UNI - 2000 - II

**PROBLEMA 13:** Dadas las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}; \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 2}}$$

halle el rango de  $f(x) \cdot g(x)$

A)  $\langle 2; 4 \rangle$

B)  $\langle 2; +\infty \rangle$

C)  $\langle -\infty; -2 \rangle$

D)  $\langle -4; -2 \rangle$

E)  $\langle 0; +\infty \rangle$

**Resolución:**

Comprobamos la existencia de la multiplicación para las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\rightarrow \text{Dom}(f) = \langle -\infty; -2 \rangle \cup [2; +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 2}}$$

$$\rightarrow \text{Dom}(g) = \langle 2; +\infty)$$

Luego  $\text{Dom}(f \cdot g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) = \langle 2; +\infty)$

Entonces, demostramos la existencia de la operación producto.

Ahora tenemos:  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x^2 - 4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x - 2}}$

$$\rightarrow (f \cdot g)(x) = \sqrt{x + 2}; \quad \text{Dom}(f \cdot g)(x) = \langle 2; +\infty)$$

Hallando el rango de  $(f \cdot g)$ :

$$x \in \text{Dom}(f \cdot g) \Leftrightarrow x > 2$$

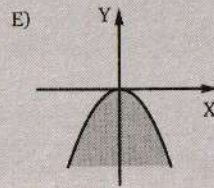
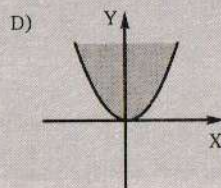
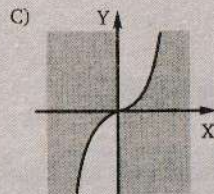
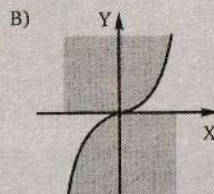
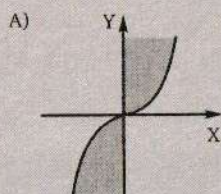
$$\Leftrightarrow x + 2 > 4 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} > 2$$

$$\rightarrow (f \cdot g)(x) > 2$$

$$\therefore \text{Ran}(f \cdot g) = \langle 2; +\infty \rangle$$

**Rpta.: B****PROBLEMA 14:** La gráfica del conjunto:

$$A = \left\{ (x; y) / \frac{x}{|x|} y \leq x^2 \right\} \cup \{(0; 0)\} \text{ es:}$$

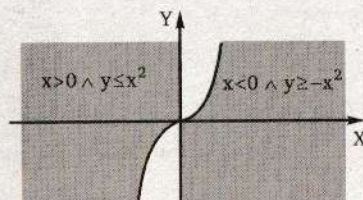
**Resolución:**

Dada la función:

$$A = \left\{ (x; y) / \frac{x}{|x|} y \leq x^2 \right\} \cup \{(0; 0)\}$$

$$A = \left\{ (x; y) / (x > 0 \wedge y \leq x^2) \vee (x < 0 \wedge y \geq -x^2) \right\} \cup \{(0; 0)\}$$

Graficando tenemos:

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 15:** Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

Si se cumple que:

$$A + B = I, \text{ donde } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ halle } a + b + 2c.$$

A) -1

B)  $-\frac{1}{2}$

C) 0

D)  $\frac{1}{2}$

E) 1

**Resolución:**

Del dato:

$$A + B = I$$

Obtenemos:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+2 & 2b \\ b & 2c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Igualando se tiene:  $a + 2 = 1 \rightarrow a = -1$

$$2c = 1 \rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$b = 0$$

Hallamos lo pedido:

$$\therefore a + b + 2c = 0$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 16:** La inversa de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{5-x} (|x-5| + 1 + x)$$

es dada por:

A)  $\frac{20-x^2}{36}; x \in [0; \infty)$     B)  $\frac{180-x^2}{36}; x \in [0; \infty)$     C)  $\frac{x^2-20}{36}; x \in (0; \infty)$

D)  $\frac{x^2-180}{36}; x \in [0; \infty)$

E)  $\frac{36-x^2}{180}; x \in [0; \infty)$

## BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 01

**Resolución:**Tenemos que:  $f(x) = \sqrt{5-x} (|x-5| + 1 + x)$ 

Calculando el dominio tenemos:

$$5-x \geq 0 \rightarrow x \leq 5$$

Redefiniendo la función:

$$f(x) = \sqrt{5-x} (5-x+1+x)$$

$$f(x) = 6\sqrt{5-x} = y$$

Como  $x \geq 5$ :  $y \geq 0 \rightarrow \text{Ran}(f) = [0; \infty)$ 

Elevando al cuadrado tenemos:

$$36(5-x) = y^2$$

$$5-x = \frac{y^2}{36} \rightarrow x = 5 - \frac{y^2}{36}$$

$$\rightarrow f^*(x) = \frac{180-x^2}{36}$$

Donde tenemos:  $\text{Dom}(f) * (x) = \text{Ran}(f) = [0; \infty)$ 

$$\therefore f^*(x) = \frac{180-x^2}{36}; x \in [0; \infty)$$

**Rpta.: B****PROBLEMA 17:** Halle las raíces de la siguiente ecuación:

$$\sqrt{\log x} = \log \sqrt{x}$$

$$\text{A) } x_1 = 1; x_2 = 10^4 \quad \text{B) } x_1 = 10^{-2}; x_2 = 10^2 \quad \text{C) } x_1 = 10^{-1}; x_2 = 10^2$$

$$\text{D) } x_1 = 10^{-1}; x_2 = 10^2 \quad \text{E) } x_1 = 1; x_2 = 10^5$$

**Resolución:**Resolviendo  $\sqrt{\log x} = \log \sqrt{x}$ 

I. Definimos el Conjunto de Valores Admisibles (CVA):

$$\log x \geq 0 \wedge x > 0$$

$$x \geq 1 \wedge x > 0$$

$$x \geq 1$$

$$\rightarrow \text{CVA} = [1; \infty)$$

II. Elevando al cuadrado:

$$\begin{aligned}\log x &= \left( \log x^{\frac{1}{2}} \right)^2 \\ \rightarrow \log x &= \left( \frac{1}{2} \log x \right)^2 \\ 0 &= \log^2 x - 4 \log x \\ 0 &= \log x [\log x - 4] \\ \log x &= 0 \vee \log x = 4 \\ \rightarrow x &= 1 \vee x = 10^4\end{aligned}$$

Entonces la solución particular:

$$\begin{aligned}S_p &= \{1; 10^4\} \\ CS &= CVA \cap S_p = [1; \infty) \cap \{1; 10^4\} \\ \therefore CS &= \{1; 10^4\}\end{aligned}$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 18:** El número complejo  $z_0$  satisface la ecuación:

$$\frac{5+3i}{-4+i} = \frac{2i}{z_0} - 2i$$

Determine el valor de  $f(z_0)$  donde:  $f(x) = x^2 - 3x + 3$ .

- A)  $1+i$                       B)  $1-i$                       C)  $-2+i$   
D)  $2+\sqrt{2}i$                       E)  $i$

**Resolución:**

En la ecuación, sumamos 1 miembro a miembro:

$$\begin{aligned}\frac{5+3i}{-4+i} + 1 &= \frac{2i}{z_0} - 2i + 1 \\ \frac{1+4i}{-4+i} &= \frac{2i}{z_0} - 2i + 1 \\ -i &= \frac{2i}{z_0} - 2i + 1 \\ \frac{-2i}{z_0} &= 1 - i\end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{(1-i)^2}{1-i} = z_0$$

$$z_0 = 1 - i$$

Reemplazando con el valor de  $z_0$ :

$$f(z_0) = (1-i)^2 - 3(1-i) + 3$$

$$\therefore f(z_0) = i$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 19:** Encuentre el número  $M$  máximo con la propiedad de que para todo  $x \in \mathbb{R}$  se tiene:  $M \leq x^2 - 4x + 29$ .

A) 2

B) 8

C) 16

D) 25

E) 0

**Resolución:**

Redefiniendo la inecuación tenemos:

$$x^2 - 4x + 29 - M \geq 0; \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Por propiedad del discriminante:

$$\Delta = 4^2 - 4(29 - M) \leq 0$$

$$16 \leq 4(29 - M)$$

$$4 \leq 29 - M$$

$$\rightarrow M \leq 25$$

$$\therefore M_{\max.} = 25$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 20:** Si:  $ac + ad + bc + ab + bd = 0$ , determine el valor de  $x$ , de modo que:  
 $(b + c + d) = x(a + c + d)$

A)  $\frac{b^2}{a^2}$

B)  $a^2 b^2$

C)  $a^2 + b^2$

D)  $a^2 - b^2$

E)  $\frac{a^2}{b}$

**Resolución:**

Como tenemos lo siguiente:

$$b + c + d = x(a + c + d) \dots\dots(I)$$

Por condición, podemos plantear:

$$ac + ad + bc + ab + bd = 0 \dots\dots(II)$$

De (I) y (II), usando artificios, creamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} ac + ad + ab + bc + bd + b^2 = b^2 \\ a^2 + ac + ad + bc + ab + bd = a^2 \end{cases}$$

Agrupamos adecuadamente para factorizar:

$$\rightarrow \begin{cases} (a + b)(b + c + d) = b^2 \\ (a + b)(a + c + d) = a^2 \end{cases}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{b + c + d}{a + c + d} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\rightarrow (b + c + d) = \frac{b^2}{a^2} (a + c + d)$$

Reemplazando en la ecuación (I):

$$\therefore x = \frac{b^2}{a^2}$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 21:**

La condición para que las ecuaciones cuadráticas:

$$x^2 + bx + c = 0 \quad \wedge \quad x^2 + b'x + c' = 0$$

tenga una raíz común es:

A)  $(b - b')^2 + (c - c')(bc' - b'c) = 0$

B)  $(c - c')^2 + (b - b')^2 = 0$

C)  $(b - b')(bc' - b'c) = 0$

D)  $(c - c')^2 + (bc' - b'c) = 0$

E)  $(c - c')^2 + (b - b')(bc' - b'c) = 0$

**Resolución:**

Sea "m" la raíz común de las ecuaciones, entonces:

$$m^2 + bm + c = 0 \dots\dots(I)$$

$$m^2 + b'm + c' = 0 \dots\dots(II)$$

Restando (I) menos (II), se tiene:

$$(b - b')m = c' - c$$

$$\rightarrow m = \frac{c' - c}{b - b'}$$

Ahora, reemplazando en (I) se obtiene:

$$\therefore (c - c')^2 + (b - b')(bc' - b'c) = 0$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 22:** Sea la sucesión  $\{u_n\}$  donde  $u_{n+1} = \sqrt{k + u_n}$ ,  $k > 0$ . Suponiendo que la sucesión es convergente, calcule el valor al cual converge.

A)  $\frac{1 + \sqrt{1 + 4k}}{2}$

B)  $\frac{1 + \sqrt{1 - 4k}}{2}$

C)  $\frac{1 - \sqrt{1 + 4k}}{2}$

D)  $\frac{2 - \sqrt{1 + 4k}}{2}$

E)  $\frac{1 - \sqrt{1 - 4k}}{2}$

**Resolución:**

Por condición del problema  $\{u_n\}$  converge.

Sea:  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = L$

Luego tomamos el límite en la regla de recurrencia:

$$u_{n+1} = \sqrt{k + u_n}$$

Aplicando propiedades de límites:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{k + u_n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} (k + u_n)}$$

$$\rightarrow L = \sqrt{k + L} \leftrightarrow L > 0$$

$$\rightarrow L^2 = k + L \rightarrow L^2 - L - k = 0$$

$$\rightarrow L = \frac{1 + \sqrt{1 + 4k}}{2} \vee L = \frac{1 - \sqrt{1 - 4k}}{2}$$

Como  $L > 0$ :

$$\therefore \{u_n\} \text{ converge a } \frac{1 + \sqrt{1 + 4k}}{2}$$

**Rpta.: A**

UNMSM - 2005 - I

**PROBLEMA 23:** El valor de "x" en la expresión:

$$3 \log_2 x + 2 \log_4 x + 4 \log_8 x = 32 \text{ es:}$$

A) 32

B) 16

C) 64

D) 8

E) 36

**Resolución:**

Aplicando propiedades de los logaritmos tenemos:

$$3 \log_2 x + \frac{2}{2} \log_2 x + \frac{4}{3} \log_2 x = 32$$

De la propiedad de la suma de bases logarítmicas tenemos:

$$\frac{16}{3} \log_2 x = 32$$

$$\log_2 x = \frac{32 \cdot 3}{16}$$

$$\log_2 x = 6$$

$$x = 2^6$$

$$\therefore x = 64$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 24:** Halle el numerador de la solución de la ecuación:

$$\frac{2x+a}{b} - \frac{x-b}{a} = \frac{3ax+(a-b)^2}{ab}$$

donde a, b son enteros positivos:

A) 2b

B) 2a

C) 2ab

D) a + b

E) ab

**Resolución:**

Redefiniendo la ecuación tenemos:

$$a(2x+a) - b(x-b) = 3ax + (a-b)^2$$

Agrupamos convenientemente para factorizar:

$$(2a-b)x + a^2 + b^2 = 3ax + (a-b)^2$$

$$(2a - b)x - 3ax = (a - b)^2 - a^2 - b^2$$

$$x(2a - b - 3a) = a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - b^2$$

$$x(-b - a) = -2ab$$

$$x = \frac{-2ab}{-(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

∴ El numerador es 2ab.

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 25:** Sea la función:

$$f(x - 2) = x^2 + 3x - 2, x \in \mathbb{R}.$$

Si  $f(k) = k - 1$ , hallar el valor de:  $k^2 + 6k + 12$

A) 4

B) 3

C) -4

D) 6

E) 0

**Resolución:**

Dándole la forma más conveniente a la ecuación tenemos:

$$f(x - 2) = x^2 + 3x - 2$$

$$f(x - 2) = (x^2 - 4x + 4) + 7x - 6$$

$$f(x - 2) = (x - 2)^2 + 7(x - 2) + 8$$

Hacemos el cambio de variable correspondiente:

$$x - 2 = y \Rightarrow x = y + 2$$

$$f(y) = y^2 + 7y + 8$$

Utilizando la expresión pedida:

$$f(k) = k^2 + 7k + 8 = k - 1$$

Igualando y dando forma:

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

Sumando 3 miembro a miembro obtenemos que:

$$\therefore k^2 + 6k + 12 = 3$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 26:** Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^3 + x^2y^3 + y^3 = 12 \\ x + xy + y = 0 \end{cases}$$

se obtiene como solución:

- A)  $x = 1 + \sqrt{7}$  ;  $y = 1 - \sqrt{7}$  ó  $x = 1 - \sqrt{7}$  ;  $y = 1 + \sqrt{7}$   
 B)  $x = 1 + \sqrt{5}$  ;  $y = 1 - \sqrt{5}$  ó  $x = 1 - \sqrt{5}$  ;  $y = 1 + \sqrt{5}$   
 C)  $x = 1 + \sqrt{3}$  ;  $y = 1 - \sqrt{3}$  ó  $x = 1 - \sqrt{3}$  ;  $y = 1 + \sqrt{3}$   
 D)  $x = 2 + \sqrt{3}$  ;  $y = 2 - \sqrt{3}$  ó  $x = 2 - \sqrt{3}$  ;  $y = 2 + \sqrt{3}$   
 E)  $x = 7 + \sqrt{3}$  ;  $y = 7 - \sqrt{3}$  ó  $x = 7 - \sqrt{3}$  ;  $y = 7 + \sqrt{3}$

**Resolución:**

Realizando artificios para identificar identidades algebraicas obtenemos:

$$\begin{cases} x^3 + (xy)^3 + y^3 = 12 & \text{.....(I)} \\ x + xy + y = 0 & \text{.....(II)} \end{cases}$$

Por equivalencia condicional:

$$\text{Si } a + b + c = 0, \text{ entonces : } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

Reemplazando las ecuaciones del sistema:

$$x^3 + (xy)^3 + y^3 = 3x(xy)y$$

$$12 = 3x^2y^2$$

$$4 = x^2y^2$$

$$\text{Obtenemos que: } xy = 2 \vee xy = -2$$

Reemplazando en (II) obtenemos:

$$\begin{cases} xy = 2 & \text{.....(III)} \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = -2 & \text{.....(IV)} \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema (III) obtenemos:

$$-x(x + 2) = 2$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = -1 \pm \sqrt{-1} = -1 \pm i$$

Podemos observar que al resolver el sistema tendremos soluciones imaginarias, las cuales no aparecen en las alternativas de solución del problema.

Resolviendo el sistema (IV)

$$x(2-x) = -2$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

Reemplazando cada valor de  $x$  para obtener  $y$ , concluimos que:

$$\therefore x = 1 + \sqrt{3}; y = 1 - \sqrt{3} \quad \text{ó} \quad x = 1 - \sqrt{3}; y = 1 + \sqrt{3}$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 27:** Marcar la afirmación verdadera:

- A)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} > 1 + x$  para algún  $x > 0$     B)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} = 1 + 2x$  para algún  $x > 0$   
 C)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} = 1 - x$  para algún  $x > 0$   
 D)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} < 1 + x$  para todo  $x > 0$     E)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} = \sqrt{x} + \sqrt[4]{x}$  para todo  $x > 0$

**Resolución:**

A)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} > 1 + x \Rightarrow$  Elevando al cuadrado tenemos:

$$4x > 1 + 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 < 0$$

$$(x-1)^2 < 0 \text{ Imposible por teorema.}$$

La proposición es falsa.

B)  $\sqrt{x} + \sqrt{x} = 1 + 2x \Rightarrow$  Elevando al cuadrado tenemos:

$$(2\sqrt{x})^2 = (1 + 2x)^2 \Rightarrow 4x = 1 + 4x + 4x^2$$

$$0 = 1 + 4x^2$$

$$4x^2 = -1 \text{ Imposible por teorema.}$$

La proposición es falsa.

$$C) \sqrt{x} + \sqrt{x} = 1 - x \Rightarrow \text{Elevando al cuadrado}$$

$$4x = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0$$

Usando la fórmula general para solucionar ecuaciones:

$$x = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 3 + 2\sqrt{2} > 0$$

La proposición es verdadera.

$$D) \sqrt{x} + \sqrt{x} < 1 + x \Rightarrow \text{para } x = 1 \text{ tenemos:}$$

$$2\sqrt{1} < 1 + 1$$

$$2 < 2 \text{ Imposible}$$

La proposición es falsa.

$$E) \sqrt{x} + \sqrt{x} = \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} \text{ Veamos un contraejemplo con } x = 81.$$

$$\sqrt{81} + \sqrt{81} = \sqrt{81} + \sqrt[4]{81}$$

$$9 + 9 = 9 + 3 \text{ Imposible}$$

La proposición es falsa.

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 28:** Si  $ax + by + cz + abxyz = 0$ , calcular el valor de:

$$\frac{(ax + 1)(by + 1)(cz + 1)}{(ax - 1)(by - 1)(cz - 1)}$$

A) -1

B) 5

C) -2

D) -5

E) 2

**Resolución:**

Tenemos que:

$$ax + by + cz + abxyz = 0$$

$$M = \frac{(ax+1)(by+1)(cz+1)}{(ax-1)(by-1)(cz-1)}$$

Efectuando los productos tenemos:

$$M = \frac{1 + ax + by + cz + abxy + acxz + bcyz + abxyz}{-1 + ax + by + cz - abxy - acxz - bcyz + abxyz}$$

Agrupando convenientemente para reemplazar el dato:

$$M = \frac{1 + \overbrace{(ax + by + cz + abxyz)}^0}{-1 + \overbrace{(ax + by + cz + abxyz)}^0} - abxy - acxz - bcyz$$

$$M = \frac{1 + abxy + acxz + bcyz}{-(1 + abxy + acxz + bcyz)}$$

$$\therefore M = -1$$

**Rpta.: A****PROBLEMA 29:**

¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación:

$$(x^2 - 5|x| + 6)(|x|^3 - 5) = 0?$$

A) 3

B) 6

C) 5

D) 7

E) 4

**Resolución:**

Tenemos que:

$$(x^2 - 5|x| + 6)(|x|^3 - 5) = 0$$

$$(|x|^2 - 5|x| + 6)(|x|^3 - 5) = 0$$

$$(|x| - 2)(|x| - 3)(|x|^3 - 5) = 0$$

$$|x| - 2 = 0 \vee |x| - 3 = 0 \vee |x|^3 - \sqrt[3]{5^3} = 0$$

$$|x| = 2 \vee |x| = 3 \vee |x|^3 = \sqrt[3]{5^3}$$

$$x = \pm 2 \vee x = \pm 3 \vee x = \pm \sqrt[3]{5}$$

 $\therefore$  N° de soluciones igual a 6.**Rpta.: B**

**PROBLEMA 30:** Si  $A = \left(\frac{1}{a^b}\right)^n$ ,  $B = a^x$  donde:  $a > 0$  y  $x \neq 0$ ,

calcular el valor de:  $x \log_B(A)$ .

A)  $n - b$

B)  $nb$

C)  $nb - x$

D)  $-nb$

E)  $n - b + x$

**Resolución:**

Hacemos que:  $M = x \log_B(A)$

Reemplazando los datos tenemos:

$$M = x \log_{a^x} \left( \frac{1}{a^b} \right)^n$$

Operamos, aplicando propiedades de logaritmos:

$$M = x \log_{a^x} a^{-bn}$$

$$M = x \left( \frac{-bn}{x} \right) \log_a a$$

$$M = x \left( -\frac{bn}{x} \right)$$

$$\therefore M = -bn$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 31:** Al simplificar la expresión:

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}}$$

se obtiene:

A)  $\frac{2}{4^x - 2}$

B)  $\frac{1}{2^x - 2^{-x}}$

C)  $\frac{2^x}{4^x + 1}$

D)  $\frac{2^x}{1 + 2^{-2x}}$

E)  $\frac{2^x}{1 - 4^x}$

**Resolución:**

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2^x - \frac{1}{2^x}}{4^x - \frac{1}{4^x}} = \frac{2^{2x} - 1}{4^{2x} - 1} \cdot \frac{4^x}{2^x}$$

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2^x(2^{2x} - 1)}{2^{4x} - 1} = \frac{2^x(2^{2x} - 1)}{(2^{2x} + 1)(2^{2x} - 1)}$$

$$\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2^x}{2^{2x} + 1}$$

$$\therefore \frac{2^x - 2^{-x}}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2^x}{4^x + 1}$$

**Rpta.: C****PROBLEMA 32:** Las soluciones de la ecuación:  $a^{x^2+2x} = b$ ; con  $a > 1, b > 1$ , son:

A)  $-1 \pm \sqrt{\frac{\ln(ab)}{\ln(a)}}$

B)  $1 \pm \sqrt{\frac{\ln(ab)}{\ln(a)}}$

C)  $\pm \sqrt{\frac{\ln(ab)}{\ln(a)}}$

D)  $-1 \pm \sqrt{\ln b}$

E)  $2 \pm \sqrt{\frac{\ln(ab)}{\ln(a)}}$

**Resolución:**

Tenemos que:

$$a^{x^2+2x} = b$$

Aplicando logaritmo natural tenemos:

$$\ln a^{x^2+2x} = \ln b$$

$$x^2 + 2x = \frac{\ln b}{\ln a} = M$$

$$x^2 + 2x - M = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4M}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{\ln b}{\ln a}}$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{\frac{\ln ab}{\ln a}}$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 33:** El producto de los valores de  $x$  que satisface la ecuación:

$$\left| \frac{x}{4} - 2 \right| - 3 = 0 \text{ es:}$$

- A) 62  
D) -80

B) 72

- C) -70  
E) 80

**Resolución:**

Resolviendo la ecuación tenemos:

$$\left| \frac{x}{4} - 2 \right| - 3 = 0 \Rightarrow \left| \frac{x}{4} - 2 \right| = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} - 2 = 3 \vee \frac{x}{4} - 2 = -3$$

$$x_1 = 20 \wedge x_2 = -4$$

Aplicando el producto pedido:

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -80$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 34:** El valor absoluto de la diferencia de las soluciones de la ecuación:

$$\left( \frac{1}{3} \right)^{-2 \log_3 x} + x \log_3 \left( \frac{1}{243} \right) = -\log_2 16 \text{ es:}$$

- A) 0  
D) 3

B) 10

- C) 9  
E) 11

**Resolución:**

Tenemos que:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2\log_3 x} + x \log_3 \left(\frac{1}{243}\right) = -\log_2 16$$

Aplicando propiedades de logaritmos tenemos:

$$3^{\log_3 x^2} + x \log_3 3^{-5} = -4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$$x-4=0 \vee x-1=0$$

$$x_1=4 \vee x_2=1$$

Nos piden:

$$|x_1 - x_2| = 4 - 1$$

$$\therefore |x_1 - x_2| = 3$$

**Rpta.: D****PROBLEMA 35:** La suma de las raíces de la ecuación:

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{3\sqrt{x-1}} \text{ es:}$$

A) 7

B) 10

C) 9

D) 8

E) 11

**Resolución:**

Resolviendo la ecuación tenemos:

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{3\sqrt{x-1}}$$

Elevando al cuadrado tenemos:

$$(\sqrt{x-1})^2 = (\sqrt{3\sqrt{x-1}})^2$$

Elevando al cuadrado nuevamente tenemos:

$$(x-1)^2 = 9(x-1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 9x - 9$$

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{r} -10 \\ -1 \end{array}$$

$$(x - 10)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 10 \vee x_2 = 1$$

$$\therefore \Sigma \text{ de raíces} = 11$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 36:** Se divide el polinomio:

$$x^3 + 2ax^2 - 7ax^2 + 2a^3 \text{ entre } x - a.$$

¿Cuál debe ser el valor de  $a^2$  de modo que el residuo sea 1?

A)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

B)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$

C)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

D)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$

E)  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

**Resolución:**

Aplicando la regla de Ruffini:

|   |     |                  |                  |
|---|-----|------------------|------------------|
| 1 | -5a | 0                | 2a <sup>3</sup>  |
| a | a   | -4a <sup>2</sup> | -4a <sup>3</sup> |
| 1 | -4a | -4a <sup>2</sup> | -2a <sup>3</sup> |

Por dato tenemos:  $-2a^3 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Resolviendo:  $a^2 = \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$

$$\therefore a^2 = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$

**Rpta.: C**

## UNMSM - 2005 - II

**PROBLEMA 37:** Si  $x$  es un número entero tal que:

$$\sqrt{\frac{x}{2}} - \frac{7x}{8} + 432 = 0$$

entonces el valor de  $\sqrt{2x} + x + 20$  es:

A) 402

B) 564

C) 320

D) 240

E) 604

**Resolución:**

Resolviendo la ecuación para hallar los valores de " $x$ ". Por medio de un artificio multiplicaremos por 2 en el numerador y denominador de la raíz, tenemos:

$$2\sqrt{\frac{x}{2}} - \frac{7x}{8} + 432 = 0 \Rightarrow 2\sqrt{\frac{x}{8}} - \frac{7x}{8} + 432 = 0$$

$$7\sqrt{\frac{x}{8}} - 2\sqrt{\frac{x}{8}} - 432 = 0$$

$$\left(7\sqrt{\frac{x}{8}} + 54\right)\left(\sqrt{\frac{x}{8}} - 8\right) = 0$$

Único valor posible:  $\sqrt{\frac{x}{8}} = 8 \Rightarrow x = 8^3 = 512$

Calculando la expresión pedida:

$$\sqrt{2x} + x + 20 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 8^3} + 8^3 + 20$$

$$\therefore \sqrt{2x} + x + 20 = 564$$

**Rpta.: B****PROBLEMA 38:** Si  $A = \{x \in \mathbb{R} / |x-3|^2 - |x-3| - 18 > 0\}$ 

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{2x+8} \in \left[\frac{1}{12}; 2\right]\right\} \text{ entonces: } A^C \cap B^C \text{ es:}$$

A)  $\{2; 9\}$ B)  $[2; 9]$ C)  $[2; 9]$ D)  $\{2; 9\}$ E)  $\emptyset$ **Resolución:**

En el conjunto A, resolvemos la desigualdad:

$$|x-3|^2 - 3|x-3| - 18 > 0$$

Tenemos que:  $(|x-3| - 6)(|x-3| + 3) > 0$

Como  $|x-3| + 3 > 0$ :  $|x-3| - 6 > 0 \Rightarrow |x-3| > 6$

$$x > 9 \vee x < -3$$

$$A = \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle 9; \infty \rangle$$

Calculando  $A^C$ :  $A^C = [-3; 9]$  .....(I)

Ahora, resolvemos el conjunto B:

$$\frac{1}{12} \leq \frac{1}{2x+8} \leq 2$$

$$12 \geq 2x+8 \geq \frac{1}{2}$$

$$4 \geq 2x \geq -\frac{15}{2}$$

$$2 \geq x \geq -\frac{15}{4}$$

$$B = \left[ -\frac{15}{4}; 2 \right]$$

Calculando  $B^C$ :  $B^C = \left\langle -\infty; -\frac{15}{4} \right\rangle \cup \langle 2; \infty \rangle$  .....(II)

Interceptando (I) y (II) obtenemos lo pedido:

$$\therefore A^C \cap B^C = \langle 2; 9 \rangle$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 39:** Si  $b = ka$  y  $c^2 = a^2 + b^2$ , hallar:  $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{c^2}$

A)  $2 + k^2$

B)  $1 + 3k^2$

C)  $1 + 2k^2$

D)  $5 + k^2$

E)  $1 + k^2$

**Resolución:**

Por datos:  $c^2 = a^2 + (ka)^2 \rightarrow c^2 = a^2(k^2 + 1)$  .....(i)

En lo pedido:  $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2}{c^2} + \frac{k^2 a^2}{a^2} + \frac{k^2 a^2}{c^2}$

Agrupando:  $\frac{a^2}{c^2}(1 + k^2) + k^2$

De (i) tenemos:  $\frac{1}{k^2 + 1}(1 + k^2) + k^2$

$$\therefore \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 + k^2$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 40:** Si  $p, q, r \neq 0$ , hallar el valor de  $x$  en el siguiente sistema:

$$px + qz = r$$

$$qy + rx = p$$

$$rz + py = q$$

A)  $\frac{p^2 + q^2 - r^2}{2pq}$

B)  $\frac{p^2 + q^2 - r^2}{pq}$

C)  $\frac{r^2 + p^2 - q^2}{2pr}$

D)  $\frac{q^2 + r^2 - p^2}{2pr}$

E)  $\frac{q^2 + r^2 - p^2}{qr}$

**Resolución:**

Completando convenientemente el sistema tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} pq + 0y + qz = r \\ rx + qy + 0z = p \\ 0x + py + rz = q \end{array} \right\}$$

Aplicando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} r & 0 & q \\ p & q & 0 \\ q & p & r \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} p & 0 & q \\ r & q & 0 \\ 0 & p & r \end{vmatrix}} = \frac{r^2q + p^2q - q^3}{pqr + pqr} = \frac{q(r^2 + p^2 - q^2)}{2pq/r}$$

$$\therefore x = \frac{r^2 + p^2 - q^2}{2pr}$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 41:** Si  $x > 0$ , las soluciones de la ecuación

$$3\sqrt{x} + 3x^{-1/2} = 0$$

se pueden hallar resolviendo la ecuación:

A)  $9x^2 - 82x + 9 = 0$

B)  $3x^2 + 3x - 10 = 0$

C)  $x^2 + x - 10 = 0$

D)  $9x^2 + 3x - \frac{10}{3} = 0$

E)  $9x^2 - 8x + 9 = 0$

**Resolución:**

Transformando la ecuación planteada, tenemos:

$$3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = 10$$

Aplicando artificios y ordenando convenientemente:

$$3\sqrt{x}^2 - 10\sqrt{x} + 3 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)(3\sqrt{x} - 1) = 0$$

$$\sqrt{x} - 3 = 0 \vee 3\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = 3 \vee 3\sqrt{x} = 1$$

$$x = 9 \vee x = \frac{1}{9}$$

Formando una cuadrática en x:

$$x^2 - \left(\frac{1}{9} + 9\right)x + \frac{1}{9} \times 9 = 0$$

$$x^2 - \frac{82}{9}x + 1 = 0$$

$$\therefore 9x^2 - 82x + 9 = 0$$

Rpta.: A

**PROBLEMA 42:** Hallar la suma de las raíces de la ecuación:

$$\frac{|x| + x^5}{5 + 4x + x^2} = 0$$

A) -1

B) 1

C) 0

D) 2

E) -2

**Resolución:**

Sea la ecuación:  $\frac{|x| + x^5}{5 + 4x + x^2} = 0$

La expresión solo se anula para los valores de x del numerador tal que:

$$|x| + x^5 = 0 \Rightarrow x = -x^5 \vee x = x^5$$

$$\Rightarrow x - x^5 = 0 \vee x + x^5 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0; x = 1; x = -1$$

Comprobando en la expresión, podemos decir que:

$$x_1 = 0; x_2 = -1$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -1$$

Rpta.: A

**PROBLEMA 43:** Si  $a$  y  $b$  son dos números reales positivos y

$$\frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{ab}}{a+b}; \text{ determinar el valor de } a^2 - b^2.$$

A) 3

B) 1

C) 0

D) 5

E) 7

**Resolución:**

Formamos una igualdad conveniente para usar los datos planteados:

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow \frac{\sqrt{ab}}{a+b} \leq \frac{1}{2}$$

Con el dato del problema, tenemos:

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab} \leftrightarrow a = b$$

Luego, reemplazando en lo pedido:

$$\therefore a^2 - b^2 = 0$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 44:** Si:  $(2x - y - z)^2 - (2x - y + z)^2 = 2[(y - 2x)^2 + z^2]$ ,

$$\text{hallar: } E = \left( \frac{2x - z}{2z - y} \right)^2 + \frac{2x - y}{2z}$$

A)  $-\frac{1}{2}$ 

B) 1

C)  $-\frac{3}{2}$ D)  $\frac{3}{2}$ E)  $\frac{1}{2}$ 

**Resolución:**

Agrupando convenientemente tenemos que:

$$[(2x - y) - z]^2 - [(2x - y) + z]^2 = 2[(y - 2x)^2 + z^2]$$

$$-4(2x - y)z = 2[(y - 2x)^2 + z^2]$$

$$-2(2x - y)z = (y - 2x)^2 + z^2$$

Ordenando encontraremos un producto notable:

$$z^2 + 2(2x - y)z + (2x - y)^2 = 0$$

$$(2x - y + z)^2 = 0 \Rightarrow 2x - y + z = 0$$

$$\text{Operando lo pedido: } E = \left( \frac{2x - z}{2z - y} \right)^2 + \frac{2x - y}{2z}$$

$$E = \left( \frac{y - z - z}{2z - y} \right)^2 + \frac{-z}{2z}$$

$$E = \left( \frac{-(2z - y)}{2z - y} \right)^2 + \frac{-z}{2z}$$

$$E = (-1)^2 + \left( -\frac{1}{2} \right) = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore E = \frac{1}{2}$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 45:**

En la ecuación:  $m^x \sqrt[m]{m^{17+5x}} = \sqrt[m]{m^{23}}$

con  $m > 0$ , el valor positivo de  $x$  es:

A) 3

B) 1

C) 0

D) 5

E) 7

**Resolución:**

Dando forma:

$$m^x \cdot m^{\frac{17+5x}{x}} = m^{\frac{23}{x}}$$

$$m^{\left( x + \frac{17+5x}{x} \right)} = m^{\frac{23}{x}}$$

$$x + \frac{17+5x}{x} = \frac{23}{x}$$

$$x^2 + 17 + 5x = 23$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x + 6) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -6$$

Nos piden el valor positivo de  $x$ :

$$\therefore x = 1$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 46:** El conjunto solución de:

$$|x^2 - 4| = x + 2 \text{ es:}$$

A)  $\{-2; -1; 3\}$

B)  $\{-2; 1; -3\}$

C)  $\{1; 2; 3\}$

D)  $\{2; -3\}$

E)  $\{-2; 1; 3\}$

**Resolución:**

Tenemos que:

$$|x^2 - 4| = x + 2$$

$$x^2 - 4 = x + 2 \quad \vee \quad x^2 - 4 = -x - 2$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \quad \vee \quad x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0 \quad \vee \quad (x + 2)(x - 1) = 0$$

Resolviendo:

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -2 \quad \vee \quad x_1 = -2; \quad x = 1$$

$$\therefore \text{CS} = \{1; -2; 3\}$$

**Rpta.: E****PROBLEMA 47:** ¿Qué término en el desarrollo de:  $(x^{-2}y - 2xy^3)^9$  carece de la variable  $x$ ?

A) El 5° término

B) El 6° término

C) El 3° término

D) El 7° término

E) El 8° término

**Resolución:**

Aplicando propiedades de los cocientes notables:

$$(x^{-2}y - 2xy^3)^9$$

$$t_{k+1} = C_k^9 (x^{-2}y)^{9-k} (-2xy^3)^k$$

Nos piden que la expresión no tenga el término  $x$ .

$$\text{Entonces:} \quad x^{-2(9-k)+k} = x^0$$

$$\text{Resolviendo:} \quad -18 + 3k = 0$$

$$3k = 18$$

$$k = 6$$

$$\therefore k + 1 = 7$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 48:** Si  $x$  es un número real tal que el término central en el desarrollo de:

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{3x}{2}\right)^{12}$$

es 924, hallar el valor de:  $1 + x^2 + x^4 + x^6$ .

A) 4

B) 8

C) 6

D) 16

E) 2

**Resolución:**

Tenemos que:  $\left(\frac{2}{3} - \frac{3x}{2}\right)^{12} = \left(\frac{3x}{2} - \frac{2}{3}\right)^{12}$

Hallando el término central:  $T_C = T_7 = T_{6+1}$

Resolviendo:  $T_{6+1} = \binom{12}{6} \left(\frac{3}{2}x\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^6$

$$924 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} x^6$$

$$924 = 924x^6 \Rightarrow x = 1$$

Reemplazando en lo pedido tenemos:

$$\therefore 1 + x^2 + x^4 + x^6 = 4$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 49:**

Cada una de las tres recolectoras de frutas llevaba una canasta con el mismo número de higos; éstas se encontraron con nueve niños y cada recolectora dio a cada uno de ellos el mismo número de higos. ¿Cuántos higos en total llevaban las recolectoras como mínimo, si al final todos, niños y recolectoras, tuvieron un número entero igual de higos?

A) 32

B) 36

C) 28

D) 48

E) 60

**Resolución:**

Analizamos: Si cada niño recibe  $x$  higos de cada una de las 3 recolectoras, entonces cada niño tendría  $3x$  higos.

En total son 12 personas: 3 recolectoras y 9 niños.

Por dato: Al final todos tienen el mismo número de higos.

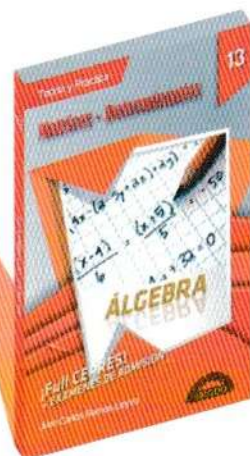
Por lo tanto hay  $36x$  higos en total; como piden la mínima cantidad:

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\therefore \text{Total} = 36 \cdot 1 = 36$$

**Rpta.: B**

Aritmética (15 folletos)  
 Álgebra (15 folletos)  
 Geometría (14 folletos)  
 Trigonometría (17 folletos)  
 Raz. Matemático (18 folletos)  
 Física (16 folletos)  
 Química (16 folletos)



- ✓ 140 páginas
- ✓ Marco teórico completo.
- ✓ 100 problemas resueltos
- ✓ 100 problemas propuestos con claves.
- Básico - Intermedio - Avanzado
- ✓ Exámenes de admisión resueltos.

#### \* Datos Referenciales

| N° | TEMAS                                                          |
|----|----------------------------------------------------------------|
| 1  | Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales                 |
| 2  | El polinomio - Productos Notables                              |
| 3  | División Algebraica - Divisibilidad algebraica                 |
| 4  | Factorización - Fracciones                                     |
| 5  | Radicación - Racionalización                                   |
| 6  | Potencia de un Binomio - Factorial de un Número - Combinatoria |
| 7  | Números Complejos                                              |
| 8  | Ecuaciones                                                     |
| 9  | Desigualdades - Inecuaciones                                   |
| 10 | Relaciones - Funciones                                         |
| 11 | Función Exponencial - Logaritmos                               |
| 12 | Sucesiones y Series                                            |
| 13 | Matrices - Determinantes                                       |
| 14 | Sistema de Ecuaciones                                          |
| 15 | Programación Lineal - Gráfica de Relaciones                    |

Tel.: 424 - 6350

Cel.: 992 - 796104

 / editorialrodo1

 editorialrodo@gmail.com